Esquemas Clásicos y Avanzados para el Control Multivariable en Pozos Productores de Petróleo con Sistemas de Levantamiento Artificial por Bombeo Electro-sumergible

Egner Aceros
AIT-Distrito Socialista Tecnológico PDVSA
Maracaibo, Venezuela
acerose@pdvsa.com

Edgar Camargo
AIT-Distrito Socialista Tecnológico PDVSA
Maracaibo, Venezuela
camargoea@pdvsa.com

José Canelon
Facultad de Ingenieria, Division de Postgrado
La Universidad del Zulia
Maracaibo, Venezuela
jcanelon@fing.luz.edu.ve

***Resumen*—En este trabajo se realiza una comparación estadística y de tiempo de procesamiento sobre el desempeño de tres tipos de controladores, a saber: 1) controladores PID (Proporcional, Integral y Derivativo) clásicos con filtro en la componente derivativa, 2) control PID óptimo-adaptativo basado en algoritmo genético (AG) y 3) control predictivo basado en modelo (MPC - Model Predictive Control por sus siglas en inglés), los cuales son aplicados a un modelo matemático igualmente propuesto de un pozo productor de petróleo con levantamiento artificial por bombeo electro-sumergible, con características de alto corte de agua, baja relación gas/petróleo, anular cerrado, consideraciones isotérmicas a lo largo de la columna de liquido y gas, regímenes de flujo en zona de turbulencia. Los objetivos son modelar el comportamiento del pozo y controlar tanto la presión en el cabezal de producción así como la tasa de flujo (barriles por día), tomando en cuenta la completación mecánica, las características de los fluidos/reservorio, el equipo de levantamiento, utilizando como señales de entrada exclusivamente la instrumentación disponible en superficie. Finalmente, se observan los beneficios de la optimización aportados por el AG y de la predicción del error en el MPC, así como el costo en tiempo del procesamiento requerido para obtener las señales de control a aplicarle al proceso MIMO bajo estudio, también identifica a priori, los procesos a los cuales se podrían aplicar una o varias de las versiones de los controladores aquí evaluados.**

Palabras Clave — Bombeo Electro-Sumergible, BES, Modelo de Pozo por BES, Algoritmo Genético, Control Predictivo basado en Modelo (MPC), PID, Control Óptimo-Adaptativo, Control Avanzado

I. Introducción

Una bomba electro-sumergible (BES) es una bomba centrífuga multi-etapa, impulsada por un motor eléctrico el cual esta acoplado por un eje, sellos y cables a una fuente de energía trifásica en la superficie. Estas bombas son capaces de manejar altos volúmenes de fluidos y pueden trabajar eficientemente en pozos profundos [1]. Durante la operación de un pozo con levantamiento por BES se deben cumplir principalmente dos objetivos: (i) mantener el punto de operación del pozo dentro de rangos de trabajo que respeten las restricciones operacionales propias del sistema de producción y (ii) extender el tiempo de vida útil del sistema de levantamiento. Para lograr ambos objetivos de forma satisfactoria, se necesita supervisar continuamente a las variables claves del pozo.

Ahora, debido a los altos costos de los sensores de fondo (incluyendo la instalación, calibración y mantenimiento), a la dificultad en la medición o por no disponer tecnología adecuada, la medición continua de tales variables puede ser complicada o algunas veces imposible. Por ejemplo, la tasa de producción es medida mensualmente, mientras que la medición de presiones en fondo requiere de la instalación de sensores costosos. Por otro lado, los pozos con levantamiento artificial por BES tienen instalado un variador de frecuencia (VDF), con el cual se controla la velocidad de la bomba. La frecuencia tiene un peso predominante en el desempeño del sistema BES y ofrece una vía efectiva para determinar la mejor frecuencia de operación en alguna situación particular. Trabajos previos reportados [2,3] proponen modelos similares adaptados a condiciones particulares. Adicionalmente, ellos no ajustan las curvas por viscosidad o por factor de servicio (uso, desgaste) y no consideran el nivel de sumergencia como una variable, siendo este un factor clave en la estimación de la presión de succión de la bomba.

En este trabajo se desarrolla un modelo, el cual esta basado en principios físicos para estimar de forma precisa las variables en pozos BES. Se desarrolla un sensor virtual en tiempo real de variables tales como nivel de sumergencia, presión en cabezal, tasa de flujo en la bomba, presión en la succión de la bomba, presión a la descarga de la bomba, y presión de fondo fluyente, partiendo de las variables porcentaje de apertura en la válvula de control (*PCV*), frecuencia (*Frec*) en el VDF, presión en el revestidor (*CHP*) y presión en la línea de producción (*PLP*). Para corregir las curvas características de la bomba se utiliza el procedimiento propuesto por [4] con el cual se involucra la viscosidad del fluido multifásico; adicionalmente se implementa el ajuste por desgaste (factor de servicio) basado en [5].

Así mismo, se aplican tres configuraciones de controladores, el primer conjunto se trata de controladores PID clásicos entonados por aproximación a un sistema de primer orden mas tiempo muerto (POMTM), el segundo controlador es una versión de PID Optimo-Adaptativo basado en Algoritmo Genético (AG) y el tercer controlador consiste en la implementación de un Control Predictivo basado en Modelo (MPC por sus siglas en inglés), en donde es evaluado finalmente el desempeño de cada uno de los controles aplicados.

II. Bases Teóricas

A. Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos corresponden a la clase de métodos estocásticos de búsqueda. Mientras la mayoría de estos métodos operan sobre una única solución, estos algoritmos operan en una población de soluciones. La idea básica, inspirada en los procesos evolutivos en biología, es que el contenido genético de una población contiene potencialmente la solución, o una solución mejor, a un dado problema de adaptación. Esta solución puede estar inactiva porque la combinación genética adecuada está diseminada entre varios sujetos. Sólo la asociación de genomas distintos puede llevar a la activación de la solución [6]. Crudamente, el mecanismo evolutivo procede así: sobre una población inicial y un espacio de búsqueda definido, algunos individuos son seleccionados para la reproducción, con más oportunidades para los mejor adaptados al ambiente. Durante la reproducción, los nuevos individuos de la población resultan de modificaciones e intercambio genético de los padres. Una vez que se renueva la población, el proceso recomienza. Es decir que hay dos espacios donde opera la evolución. Por una parte, a nivel de los individuos físicos (fenotipo), que deben adaptarse para ser seleccionados. Y luego, a nivel de la información genética (genotipo), a través de los operadores que intercambian y varían la información genética. Un ejemplo de algoritmo de un AG se observa en la Figura 1.

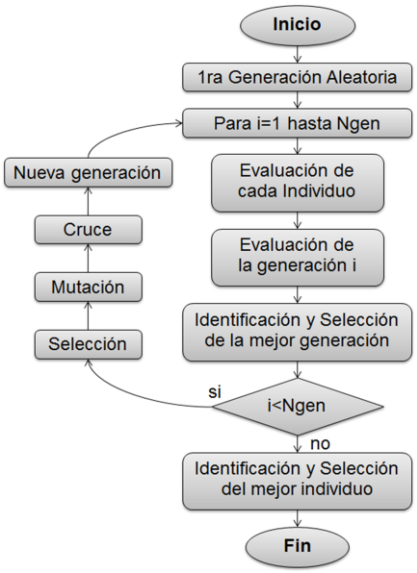

Figura 1. Algoritmo Básico de un AG

Hay esencialmente dos operadores genéticos. El operador de mutación introduce cierta aleatoriedad en la búsqueda simplemente cambiando unos genes por otros, contribuyendo a una exploración 'azarosa' en el espacio genético. El operador de cruce o crossover, en cambio, es una recombinación de la información durante la reproducción de los individuos seleccionados. El proceso de evolución, puesto en estos términos, es adaptable a una enorme familia de problemas, incluso ajenos al ámbito biológico [6].

B. Control PID (Controles Clásicos)

Los controles PID, corresponden a una familia de controladores que mostraron ser robustos en muchas aplicaciones y son los que más se utilizan actualmente en la industria [7]. El uso de controladores PID se aplica en lazos cerrados de control como se muestra en la Figura 2.

Los miembros de la familia de los controladores PID incluyen tres acciones y un filtro: proporcional (*P*), integral (*I*), derivativa (*D*) y el filtro en la componente derivativa (*N*), las cuales se describen a continuación: 1) *P*: Acción de control proporcional al error. 2) *I*: Acción de control integral: proporcional al error acumulado, de acción lenta, 3) *D*: Acción de control derivativa: la cual da una salida rápida de previsión, posee alta sensibilidad ante los cambios del error produciendo correcciones significativas antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande, pero insensible en régimen permanente, amplifica las señales de ruido [7] y 4) *N*: Filtro en la componente derivativa, en la cual en lugar del término derivativo *D.s*, se emplea: *U(s)/E(s)= D.s/(s/N+1)*, con la inclusión de este polo se evita utilizar acciones de control grandes en respuesta a errores de control de alta frecuencia [7]. Por lo que la función de transferencia combinada de las acciones de control descritas anteriormente queda de la forma:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = P\left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D.s}{\frac{s}{N}+1}\right) = P + \frac{I}{s} + \frac{D.s}{\frac{s}{N}+1} \qquad (1)$$

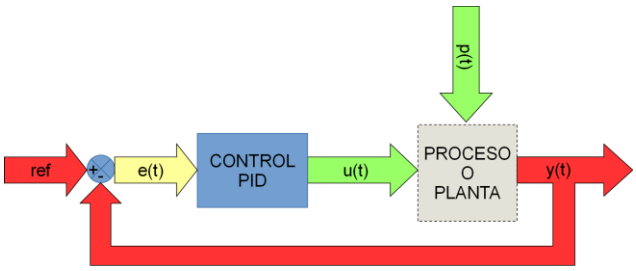

Figura 2. Diagrama de Bloques Control PID

C. Entonar PID por Aproximación de Modelos de Procesos

Una de las varias técnicas disponibles para entonación de controladores PID, consiste en utilizar el método caracterización del proceso a lazo abierto según [8], aplicando un escalón a la entrada y aproximando la salida o curva de reacción del proceso de cada lazo involucrado a un sistema de primer orden más tiempo muerto (POMTM).

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s+1} e^{-\alpha s} \qquad (2)$$

Donde, K es la ganancia del proceso, τ es la constante de tiempo del proceso, α es el retardo del proceso. Seguidamente, se puede utilizar el método de aproximación por dos puntos en la curva (del 63,2% y 28,3% del valor final), según se indica como propuesta en [9], para la estimación del tiempo muerto y de la constante de tiempo. Una vez determinada la aproximación del modelo del proceso se pueden utilizar las tablas ya definidas según se indica en [10], las cuales se concentran en la Tabla I.

TABLA I. TÉCNICAS CLÁSICAS PARA ENTONACIÓN DE PID

#[a]	P	T_I	T_D
1	$\frac{0.965}{K}\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)^{0.855}$	$\frac{\tau}{0.796-0.147\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}$	$0.308\tau\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)^{0.929}$
2	$\frac{1.357}{K}\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)^{0.947}$	$\frac{\tau}{0.842}\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)^{0.738}$	$0.381\tau\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)^{0.995}$
3	$\frac{1.2}{K}\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)$	2α	0.5α
4	$\frac{1}{K}\left(\frac{\tau}{\alpha}\right)\left[\frac{4}{3}+\frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)\right]$	$\alpha\left[\frac{32+6\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}{13+8\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}\right]$	$\alpha\left[\frac{4}{11+2\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)}\right]$
5	$\frac{2\tau+\alpha}{2K(\tau_r+\alpha)}$	$\tau+\frac{\alpha}{2}$	$\frac{\tau\alpha}{2\tau+\alpha}$
6	$\frac{2\tau+\alpha}{2K(\lambda+\alpha)}$	$\tau+\frac{\alpha}{2}$	$\frac{\tau\alpha}{2\tau+\alpha}$

[a.] 1 ITAE Set-Point (ITAE-SP), 2 ITAE Perturbación (ITAE-Pert), 3 Ziegler Nichols (ZN), 4 Cohen Coon (CC), 5 Síntesis Directa (SD) y 6 Modelo Interno (IMC).

D. *Control PID Óptimo-Adaptativo basado en AG (Control Avanzado)*

La presente configuración consiste en el uso de un controlador PID real donde la ganancia proporcional (P), integrativa (I), derivativa (D) y del filtro en la componente derivativa (N) son recalculadas por medio del AG que busca minimizar los errores del lazo de control en cada ciclo de control, según se muestra en la Figura 3.

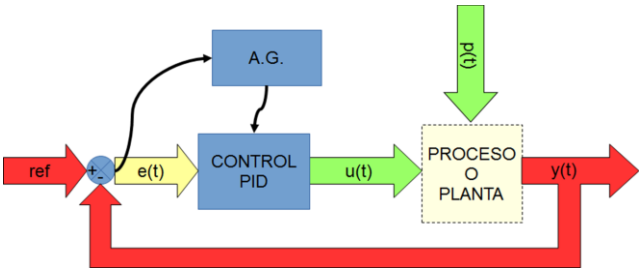

Figura 3. Control PID Óptimo-Adaptativo con AG

En este caso el AG en cada ciclo de control esta supervisando el error $e(t)$ en el lazo de control [11]. El AG internamente sigue el modelo propuesto en la Figura 1, con el cual se obtiene al final la combinación del las ganancias del controlador que minimiza el error $e(t)$, desarrollando la característica "Óptimo". Por medio de la implementación de un modelo paramétrico del tipo ARMAX, aplicando un filtro de Kalman, con el cual se desarrolla la característica de "Adaptativo", pues este se actualiza en cada ciclo de control.

E. *Control MPC (Control Avanzado)*

Por sus siglas en inglés MPC (Model Predictive Control), cuyo objetivo es calcular valores futuros de la señal de control que minimicen valores futuros del error. La minimización se hace dentro de una ventana limitada de tiempo, a partir de información del sistema al inicio de dicha ventana. La estrategia de control se diseña en base a un modelo matemático de la planta. En esta propuesta estaremos utilizando el modelo de espacio-estado propuesto en [12].

Para un proceso MIMO, de orden n, p entradas y r salidas ($r \leqslant p$, asegura cero errores en estado estacionario), considerando el modelo espacio-estado (EE)de innovación de Kalman:

$$\boldsymbol{x}_m(k+1)=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{x}_m(k)+\boldsymbol{B}_m\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{K}_m\boldsymbol{e}(k) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{x}_m(k) \tag{4}$$

Donde, el subíndice "m" hace referencia al modelo de la planta, $\boldsymbol{u}(k)$ $\{R^{(p\times 1)}\}$ es el vector de entrada, $\boldsymbol{y}(k)$ $\{R^{(r\times 1)}\}$ es el vector de salida, $\boldsymbol{x}_m(k)$ $\{R^{(n\times 1)}\}$ es el vector de estado y $\boldsymbol{e}(k)$ $\{R^{(r\times 1)}\}$ es el vector de error, todos en el instante de tiempo k, $\boldsymbol{A}_m$ $\{R^{(n\times n)}\}$ es la matriz de estados, $\boldsymbol{B}_m$ $\{R^{(n\times p)}\}$ es la matriz de entrada, $\boldsymbol{C}_m$ $\{R^{(r\times n)}\}$ es la matriz de salida y $\boldsymbol{K}_m$ $\{R^{(n\times r)}\}$ es la matriz de ganancia de Kalman. Una vez identificado el modelo, se supone que $\boldsymbol{e}(k)$ es una secuencia de ruido blanco de media cero. A partir de (3) se obtiene

$$\boldsymbol{x}_m(k+1)-\boldsymbol{x}_m(k)=\boldsymbol{A}_m[\boldsymbol{x}_m(k)-\boldsymbol{x}_m(k-1)]+\boldsymbol{B}_m[\boldsymbol{u}(k)-\boldsymbol{u}(k-1)]+\boldsymbol{K}_m[\boldsymbol{e}(k)-\boldsymbol{e}(k-1)] \tag{5}$$

Si definimos:

$$\Delta\boldsymbol{x}_m(k)=\boldsymbol{x}_m(k)-\boldsymbol{x}_m(k-1) \tag{6}$$

Aplicando igual a $\Delta\boldsymbol{u}(k)$ y a $\Delta\boldsymbol{e}(k)$, entonces (5) puede reescribirse como:

$$\Delta\boldsymbol{x}_m(k+1)=\boldsymbol{A}_m\Delta\boldsymbol{x}_m(k)+\boldsymbol{B}_m\Delta\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{K}_m\Delta\boldsymbol{e}(k) \tag{7}$$

Por otro lado, a partir de (4), se tiene que:

$$\boldsymbol{y}(k+1)-\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}_m[\boldsymbol{x}_m(k+1)-\boldsymbol{x}_m(k)]=\boldsymbol{C}_m\Delta\boldsymbol{x}_m(k+1) \tag{8}$$

Sustituyendo (7) en (8) y despeando $\boldsymbol{y}(k+1)$ se obtiene

$$\boldsymbol{y}(k+1)=\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{A}_m\Delta\boldsymbol{x}_m(k)+\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{B}_m\Delta\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{K}_m\Delta\boldsymbol{e}(k)+\boldsymbol{y}(k) \tag{9}$$

Ahora se define el estado aumentado, según [13]:

$$\boldsymbol{x}(k)=[\Delta\boldsymbol{x}_m^T(k)\ \boldsymbol{y}^T(k)]^T \tag{10}$$

De dimensión $(n+r)\times 1$, a partir de (7) y (9) se obtiene el modelo espacio-estado aumentado:

$$\overbrace{\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{x}_m(k+1)\\ \boldsymbol{y}(k+1)\end{bmatrix}}^{\boldsymbol{x}(k+1)}=\overbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_m & \boldsymbol{0}_m^T\\ \boldsymbol{C}_m\boldsymbol{A}_m & \boldsymbol{I}_{rxr}\end{bmatrix}}^{\boldsymbol{A}}\overbrace{\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{x}_m(k)\\ \boldsymbol{y}(k)\end{bmatrix}}^{\boldsymbol{x}(k)}+\overbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_m\\ \boldsymbol{C}_m\boldsymbol{B}_m\end{bmatrix}}^{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{u}(k)+\overbrace{\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_m\\ \boldsymbol{C}_m\boldsymbol{K}_m\end{bmatrix}}^{\boldsymbol{K}}\Delta\boldsymbol{e}(k) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{y}(k) = \overbrace{[\boldsymbol{0_m} \quad \boldsymbol{I}_{rxr}]}^{\boldsymbol{C}} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{x}_m(k) \\ \boldsymbol{y}(k) \end{bmatrix}}^{\boldsymbol{x}(k)} \tag{12}$$

Donde $\boldsymbol{I}_{r\times r}$ es la matriz identidad de dimensión $r\times r$, donde r es el número de salidas, y $\boldsymbol{0}_m$ es una matriz cero de dimensión $r\times n$. Con las matrices definidas por (11) y (12), el modelo espacio-estado aumentado puede escribirse como:

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{u}(k)+\boldsymbol{K}\Delta\boldsymbol{e}(k) \tag{13}$$

$$\boldsymbol{y}(k)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(k) \tag{14}$$

Donde $\boldsymbol{A}\{R^{(n+r)\times(n+r)}\}$, $\boldsymbol{B}\{R^{(n+r)\times p}\}$, $\boldsymbol{K}\{R^{(n+r)\times r}\}$ y $\boldsymbol{C}\{R^{r\times(n+r)}\}$. Considerando que el diseño de la estrategia de control MPC se hace utilizando el modelo aumentado, se requiere que ese modelo sea: **controlable**, para poder alcanzar el desempeño deseado a lazo cerrado y **observable**, para poder diseñar un observador. En la estrategia MPC se calculan los N_C valores futuros de la señal de control indicados en el vector:

$$\Delta\boldsymbol{U}=[\Delta\boldsymbol{u}^T(k)\ \Delta\boldsymbol{u}^T(k+1)\ \ldots\ \Delta\boldsymbol{u}^T(k+N_C-1)]^T\ \{R^{(pNc\times 1)}\} \tag{15}$$

Los cuales minimizan la diferencia entre el valor de referencia y el valor estimado de la variable de salida, a lo largo del horizonte de predicción (ventana de optimización) de N_P muestras. Para resolver el problema de optimización es necesario pronosticar N_P estados futuros, a partir del estado actual $\boldsymbol{x}(k)$.

$$\boldsymbol{x}(k+1|k),\boldsymbol{x}(k+2|k),\ldots,\boldsymbol{x}(k+m|k),\ldots,\boldsymbol{x}(k+N_P|k) \tag{16}$$

Donde $\boldsymbol{x}(k+m|k)$ denota el pronóstico del estado en $k+m$, dada la información de estado actual $\boldsymbol{x}(k)$. A partir de (13) y (14), sustituyendo los N_P estados futuros indicados en (16), desarrollando, agrupando y ordenando, llegamos a la ecuación en forma matricial compacta, para mayor detalle ver [13]:

$$\boldsymbol{Y}= \boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{\emptyset}\Delta\boldsymbol{U} \tag{17}$$

Donde:

$$\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}^T(k+1|k)\ \boldsymbol{y}^T(k+2|k)\ldots\boldsymbol{y}^T(k+Np|k)]^T\ \{R^{(rNp\times 1)}\} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{CA} \\ \boldsymbol{CA^2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{CA^{N_p}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rN_P\times(n+r)} \tag{19}$$

$$\emptyset = \begin{bmatrix} \boldsymbol{CB} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{CAB} & \boldsymbol{CB} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{CA^{N_p-1}B} & \boldsymbol{CA^{N_p-2}B} & \cdots & \boldsymbol{CA^{N_p-N_c}B} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{rN_P\times pN_C} \tag{20}$$

Por otro lado, los valores de las referencias $\boldsymbol{r}(k)$ se mantienen constantes a lo largo de la ventana de optimización (N_P muestras), y la función objetivo a minimizar para calcular los N_C valores futuros de la señal de control es:

$$J=(\boldsymbol{R_S}-\boldsymbol{Y})^T(\boldsymbol{R_S}-\boldsymbol{Y})+\Delta\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{U} \tag{21}$$

Donde:

$$\boldsymbol{R_S^T} = \overbrace{[\boldsymbol{I}_{rxr} \quad \boldsymbol{I}_{rxr} \quad \cdots \quad \boldsymbol{I}_{rxr}]}^{(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{rN_p})^T}\boldsymbol{r}(k) = \bar{\boldsymbol{R}}_S\boldsymbol{r}(k) \tag{22}$$

$$\boldsymbol{R}=rw\boldsymbol{I}_{pNc\times pNc} \tag{23}$$

Donde rw es un parámetro de configuración del MPC, constante y es una medida inversamente proporcional a la magnitud de la variable manipulada. De (21) la condición necesaria para que ocurra el mínimo de J con respecto a $\Delta\boldsymbol{U}$ es que

$$\frac{\partial J}{\partial\Delta\boldsymbol{U}} = 0 \tag{24}$$

Sustituyendo (17), (22) y (23) en (21), derivando, reordenando, simplificando y despejando $\Delta\boldsymbol{U}$ que minimiza a J, nos queda:

$$\Delta\boldsymbol{U}= (\boldsymbol{\emptyset}^T\boldsymbol{\emptyset}+\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{\emptyset}^T[\boldsymbol{R}_S\boldsymbol{r}(k)-\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(k)] \tag{25}$$

La cual es la variación de la señal de control, si ahora suponemos que el estado $\boldsymbol{x}(k)$ no se mide, sino que es estimado $(\hat{\boldsymbol{x}}(k))$ por un filtro de Kalman, entonces de $\Delta\boldsymbol{U}$ sólo se implementa el 1er valor de esta secuencia, es decir, $\Delta\boldsymbol{u}(k)$ y se ignoran los demás, por el principio del horizonte que se aleja. Al siguiente instante de muestreo se "estima" $\hat{\boldsymbol{x}}(k+1)$ y se repite nuevamente el proceso para calcular la nueva secuencia de señales de control y se toma sólo el primer valor y así en cada nueva estimación, según se explica en [13], entonces:

$$\Delta\boldsymbol{u}(k) = \overbrace{[\boldsymbol{I}_{p\times p} \quad \boldsymbol{0}_{p\times p} \quad \cdots \quad \boldsymbol{0}_{p\times p}]}^{p\times pN_c}(\emptyset^T\emptyset+\bar{\boldsymbol{R}})^{-1}\emptyset^T[\bar{\boldsymbol{R}}_S\boldsymbol{r}(k)-\boldsymbol{F}\boldsymbol{x}(k)] \tag{26}$$

Donde $\boldsymbol{I}_{p\times p}$ es la matriz identidad de dimensión $p\times p$ y $\boldsymbol{0}_{p\times p}$ es una matriz cero de dimensión $p\times p$. La ecuación anterior puede reescribirse como:

$$\Delta\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{K}_y\boldsymbol{r}(k)-\boldsymbol{K}_{mpc}\boldsymbol{x}(k) \tag{27}$$

Donde $\boldsymbol{K}_y$ es la matriz de dimensión $p\times r$, corresponde a las primeras p filas de $(\boldsymbol{\emptyset}^T\boldsymbol{\emptyset}+\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{\emptyset}^T\boldsymbol{R}_S$ y $\boldsymbol{K}_{mpc}$ es la matriz de dimensión $p\times(n+r)$, corresponde de forma similar a las primeras p filas de $(\boldsymbol{\emptyset}^T\boldsymbol{\emptyset}+\boldsymbol{R})^{-1}\boldsymbol{\emptyset}^T\boldsymbol{F}$. Observe que $\Delta\boldsymbol{u}(k)$ tiene la forma estándar de una estrategia de control por retroalimentación de estado para un sistema LTI y la ganancia de retroalimentación de estado es $\boldsymbol{K}_{mpc}$. El sistema a lazo cerrado se obtiene sustituyendo (27) en (13), y agrupando términos, se tiene

$$\boldsymbol{x}(k+1)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_{mpc})\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_y\boldsymbol{r}(k) \tag{28}$$

La ecuación característica del modelo espacio-estado aumentado a partir de (13) y (14) es:

$$|z\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}| = \left|\begin{bmatrix} z\boldsymbol{I}_{n\times n}-\boldsymbol{A}_m & \boldsymbol{0}_m^T \\ -\boldsymbol{C}_m\boldsymbol{A}_m & (z-1)\boldsymbol{I}_{r\times r} \end{bmatrix}\right| = (z-1)^r|z\boldsymbol{I}_{n\times n}-\boldsymbol{A}_m| = 0 \tag{29}$$

Por lo tanto, los valores propios del modelo aumentado son los valores propios del modelo de la planta y los *r* valores propios en *z=1*. Esto indica que se han incorporado *r* integradores en el modelo aumentado, y de esta manera se obtiene la acción integral en el esquema MPC. Observando (10), (11), (12), (19) y (26), podemos expresar a $\boldsymbol{K}_{mpc}$ como:

$$\boldsymbol{K}_{mpc} = [\boldsymbol{K}_x \quad \boldsymbol{K}_y] \tag{30}$$

Donde $\boldsymbol{K}_x$ es el vector ganancia de realimentación que multiplica a $\Delta\boldsymbol{x}_m(k)$ y $\boldsymbol{K}_y$ es la ganancia de realimentación que multiplica a $\boldsymbol{y}(k)$. Entonces (27), puede reescribirse como:

$$\Delta\boldsymbol{u}(k) = \boldsymbol{K}_y\boldsymbol{r}(k) - [\boldsymbol{K}_x \quad \boldsymbol{K}_y]\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{x}_m(k)\\ \boldsymbol{y}(k)\end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\Delta\boldsymbol{u}(k) = -\boldsymbol{K}_x\,[\boldsymbol{x}_m(k) - \boldsymbol{x}_m(k-1)] + \boldsymbol{K}_y\boldsymbol{e}(k) \tag{32}$$

Luego del procedimiento similar aplicado en (6) a $\Delta\boldsymbol{u}(k)$ y cambiando por el operador q^{-1} de desplazamiento, se tiene:

$$\boldsymbol{u}(k)=\boldsymbol{u}(k-1)+\Delta\boldsymbol{u}(k)\rightarrow\boldsymbol{u}(k)(1-q^{-1})=\Delta\boldsymbol{u}(k) \tag{33}$$

$$\frac{\boldsymbol{u}(k)}{\Delta\boldsymbol{u}(k)} = \frac{1}{1-q^{-1}} \tag{34}$$

Representación en diagrama de bloques en la Figura 4 del modelo espacio-estado del control MPC; q^{-1} denota el operador de desplazamiento hacia atrás, y $1/(1-q^{-1})$ es el integrador discreto, para mayores detalles, ver [13].

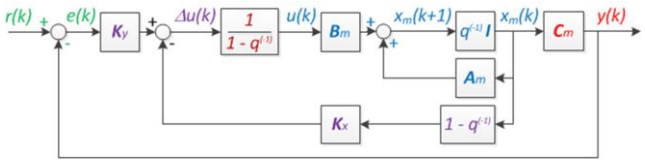

Figura 4. Diagrama de Bloques Modelo EE MPC

F. Pozo con Método de Levantamiento Artificial por BES

En la Figura 5 (diseño propio) se ilustran los principales componentes de un sistema BES. Los equipos de superficie entregan energía eléctrica al motor de fondo y por medio de su eje transmite energía mecánica a cada una de las etapas de la bomba [14]. Los equipos que lo integran son:

- Fuente de energía. Proporciona la potencia eléctrica necesaria para la operación del equipo de fondo [15].
- Transformador reductor. Reduce la tensión de la línea de distribución, al nivel de la requerida por el variador de velocidad [16].
- Variador de frecuencia. Su entrada es AC, la transforma en DC, luego regula a la frecuencia predeterminada por el usuario y a la salida se invierte nuevamente a AC [14].
- Transformador elevador. Incrementar la tensión que sale del variador al valor nominal requerido por el motor [15].
- Caja de venteo. Sirve de conexión eléctrica entre el cable de potencia de subsuelo y el cable en superficie, ventila gases atrapados dentro de los cables del motor y permite chequear voltajes y corrientes para diagnóstico de problemas [15].
- Cabezal del pozo. Sostiene la sarta de tubería del pozo, permite monitorear y controlar las presiones en el pozo, sirve para el pase de cables [16].

Los equipos de subsuelo están sometidos a temperaturas elevadas, ambientes corrosivos y abrasivos, siendo necesario que los materiales que lo constituyen tengan las propiedades adecuadas para cada característica de fluido [14]. Los equipos que lo conforman son:

- Motor. De tipo bipolar, trifásico; provee el movimiento a la bomba, se considera el corazón de todo el sistema BES [16].
- Sellos o protectores. Entre el motor y la bomba, previene la entrada de fluidos al motor, brinda espacio para que el aceite dieléctrico se expanda, ecualice las presiones del espacio anular con la presión interna del motor [14].
- Separador de gas. En pozos con gas libre, este sistema separa el gas por medio de fuerza centrífuga evitando que llegue a las etapas de la bomba. El gas es liberado al espacio anular se lleva hasta la superficie [14].
- Bomba. Es una bomba centrifuga multi-etapas, cada etapa consiste en un impulsor rotativo y un difusor fijo, el número de etapas determina la capacidad de levantamiento, la longitud y la potencia requerida, con succión, etapas y descarga. Su función es elevar la energía del fluido en fondo del pozo para llevarlo hasta la superficie [15, 16].
- Cable de potencia. Es un conductor de tres fases, a través del cual se transmite desde la superficie la potencia eléctrica requerida por el motor. Su selección depende de la potencia necesaria para operar el motor, de la temperatura de fondo y del nivel de aislamiento eléctrico [15].

Para la implementación en campo de este método BES, se requiere un arreglo de instrumentación y elementos de control; para tal fin se requieren las siguientes variables tanto a nivel de la bomba como de superficie [17], ver Figura 6 (diseño propio).

A nivel de la bomba y pozo se tiene las siguientes variables:

- La presión de entrada a la bomba (*PIP*) sirve para determinar la capacidad de levantamiento del pozo para aportar la tasa deseada de producción, y para construir la curva de afluencia.
- La presión de descarga de la bomba (*PDP*), determina la capacidad de levantamiento de la bomba para desplazar el fluido hacia la superficie. Ella permite obtener la curva real de levantamiento de la bomba.

- La frecuencia (*Frec*), es una de las variables que reviste una importancia vital a la hora de explotar el yacimiento de manera racional. Es por medio de ella que se realiza el control de la producción.

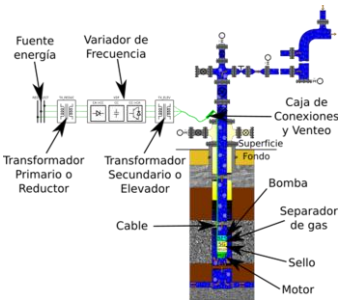

Figura 5. Componentes Pozo BES

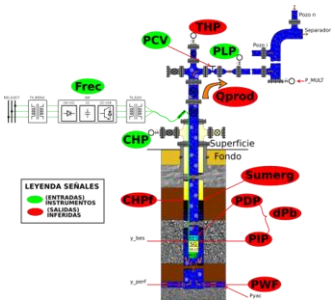

Figura 6. Señales Pozo BES

- El caudal de producción (*Qprod*), es la variable clave del pozo para el cumplimiento con las metas de producción.
- El nivel de sumergencia (*Sumerg o s(t)*), es una medida indirecta de la energía disponible en el yacimiento (nivel estático) y es el punto de equilibrio (nivel dinámico) con el caudal de producción.
- La presión de fondo fluyente (*Pwf*) medida o inferida frente a la arena productora, mientras el pozo esta fluyendo, y requerida para mantener el rango que asegure el aporte del yacimiento al pozo.

A nivel de superficie se tiene las siguientes variables:

- La presión en el cabezal de producción (*THP*), es un indicador de la cantidad de energía para hacer fluir el petróleo desde el cabezal del pozo hasta la estación de recolección.
- La presión en la línea de producción (*PLP*), es un indicador auxiliar que sirve para detectar cambios de presiones en el sistema, fugas en la línea de producción e inferir caudales.
- La presión del revestidor en el cabezal (*CHP*), es un indicador de la cantidad de gas que se libera en el fondo del pozo y se refleja en el espacio anular en el cabezal.
- La válvula de control de presión (*PCV*), con la cual se ajusta el punto de operación del sistema de levantamiento.

A nivel del yacimiento: La presión de yacimiento (*Pyac*).

III. Modelo del Pozo BES (Sensor Virtual)

En la Figura anterior se muestra la configuración del pozo considerado. El modelo propuesto se deriva de las siguientes premisas: (i) revestidor cerrado en cabezal y el gas permanece confinado dentro del espacio anular [18], (ii) proceso isotérmico, es decir, existe la misma temperatura desde el fondo hasta la superficie, (iii) columnas de gas y líquido en el anular sobre la succión de la bomba esta en equilibrio y ha alcanzado un estado cuasi-estacionario, (iv) el líquido por debajo de la succión de la bomba se encuentra en la región de turbulencia o en transición hacia la turbulencia, y (v) el pozo posee baja relación gas-petróleo y alto corte de agua [19]. Dichas premisas restringen la validez del modelo, modificando las ecuaciones se pueden adaptar a otras condiciones de trabajo.

A. *Perfil de Presión*

Para obtener el perfil de presión, el pozo BES es dividido en tres secciones como se muestra en la Figura 7 (diseño propio): (i) columna de gas (desde el revestidor en el cabezal del pozo hasta la interfaz gas-liquido o nivel de sumergencia), (ii) columna de líquido por encima de la succión de la bomba (desde la interfaz gas-líquido hasta la succión de la bomba) y (iii) columna de líquido por debajo de la bomba (desde la succión de la bomba hasta el punto medio de las perforaciones). La presión es secuencialmente analizada en estas tres secciones, iniciando desde la presión del revestidor en el cabezal (*CHP*), la cual debe ser medida por medio de un sensor. La densidad ρ_{g0} de la mezcla de gas en el revestidor a la presión inicial P_0 y temperatura T_0 también requerida; esta densidad debe ser medida por medio de una cromatografía de gas o por el uso de un valor referencial a la presión y temperatura (P_0 y T_0) estimada.

1) *Análisis de Presión en la Columna de Gas*

El gradiente de presión debido a la columna de gas esta dado por

$$\frac{d}{dy}(P) = -\rho . g \tag{35}$$

donde P es la presión, ρ es la densidad y g es la aceleración de la gravedad. Como el proceso se asume isotérmico, la siguiente relación se mantiene entre la densidad y presión

$$\frac{\rho_g}{\rho_{g0}} = \frac{P}{P_0} \tag{36}$$

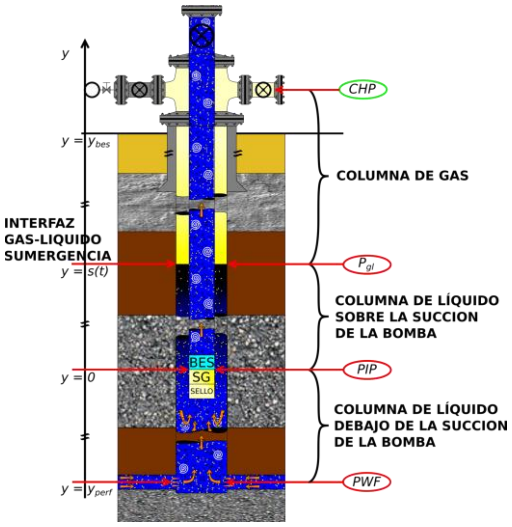

Figura 7. Perfil de Presión en el Anular del Pozo BES

Expresando (35) y (36) para *CHP*, sustituyendo (36) en (35), integrando, reacomodando y resolviendo para la presión P_{gl} en la interfaz gas-liquido en el anular, resulta

$$P_{gl} = CHP_{sup}.e^{\frac{\rho_{g0}}{P_0}.g.[ybes-s(t)]} \quad (37)$$

Donde *ybes* es la profundidad de asentamiento de la bomba y *s(t)* es el nivel de sumergencia de la bomba.

2) Análisis de Presión en la Columna de Líquido sobre la Succión de la Bomba

La columna de líquido entre la interfaz gas-líquido y la succión de la bomba se considera en estado cuasi-estacionario, es decir, se asume que ha transcurrido el tiempo suficiente para haber estratificado la columna de liquido por densidades: componentes livianos cerca a la interfaz gas-liquido, mientras que los más pesados están cerca de la succión de la bomba. La ecuación del gradiente de presión a lo largo de la columna de líquido puede ser reescrito como

$$\frac{d}{dy}(P) = -\left(A_{s(t)} + B_{s(t)}.e^{\left(\frac{-y}{ybes}\right)}\right).g \quad (38)$$

donde los coeficientes $A_{s(t)}$ y $B_{s(t)}$ dependen de *s(t)*. Integrando, sustituyendo (37) en (38) y resolviendo para PIP:

$$PIP_{(s(t))} = P_{gl} + \frac{\rho_h - \rho_m.e^{\left(\frac{-s(t)}{ybes}\right)}}{1-e^{\left(\frac{-s(t)}{ybes}\right)}}.g.s(t) + (\rho_m - \rho_h).g.ybes \quad (39)$$

Donde ρ_m es la densidad de la mezcla agua, crudo y gas y ρ_h es la densidad de la mezcla crudo y gas (sin agua).

3) Análisis de Presión en la Columna de Líquido debajo de la Bomba

Siguiendo un procedimiento similar, la presión de fondo fluyente puede ser obtenida por:

$$Pwf_{s(t)}=PIP_{s(t)}+(\rho_m.g+\Delta P_f)(yperf-ybes) \quad (40)$$

Donde ΔP_f son las pérdidas por fricción y *yperf* es la profundidad en el punto medio de las perforaciones.

B. Balance de Masa en el Volumen de Control antes de la BES

Considere el volumen de control (VC) antes de la BES, como se muestra en la Figura 8 (diseño propio), el cual esta constituido desde el punto medio de las perforaciones en fondo hasta el espacio anular en el cabezal del pozo. La ecuación de conservación de masa puede ser escrita como:

$$\dot{m}_e - \dot{m}_s = \frac{d(m_{sist})}{dt} \quad (41)$$

donde $\dot{m}_e$ es el flujo másico que entra desde el yacimiento a través de las perforaciones, $\dot{m}_s$ es el flujo másico que pasa a través de la succión de la bomba y $d(m_{sist})/dt$ es la rata de cambio de la masa contenida en el volumen de control. La masa de la columna de gas no cambia porque se encuentra en equilibrio. Por otro lado, la densidad del liquido es uniforme en la cercanía de la succión de la bomba, esta se cancela y (41) se reduce a

$$q_{yac} - q_b = A_a.\frac{d(s(t))}{dt} \quad (42)$$

donde q_p es el flujo volumétrico a través de la bomba, A_a es la sección del espacio anular y q_{yac} es el flujo volumétrico entrando desde el reservorio dado por

$$q_{yac} = PI.\left(P_{yac} - Pwf_{(s(t))}\right) \quad (43)$$

donde *PI* es el índice de productividad y P_{yac} es la presión de yacimiento. Sustituyendo (43) en (42) y resolviendo para *ds(t)/dt* resulta en

$$\frac{d(s(t))}{dt} = \frac{1}{A_a}.\left(PI.\left(P_{yac} - Pwf_{(s(t))}\right) - q_b\right) \quad (44)$$

C. Balance de Masa en el Volumen de Control después de la BES

Considerar el volumen de control después de la BES, ver Figura 9 (diseño propio), constituido por la tubería de producción (rígida), desde la descarga de la bomba hasta el cabezal de producción del pozo. Partiendo de (41), en este caso, donde $\dot{m}_e$ es el flujo másico en la descarga de la bomba, $\dot{m}_s$ es el flujo másico en el cabezal del pozo y $d(m_{sist})/dt$ es la rata de cambio de la masa contenida en dicho volumen de control V_2. De la definición del modulo de compresibilidad de un fluido multifásico (mezcla de crudo, agua y gas)

$$\beta_m = \rho_m.\frac{d(THP)}{d\rho_m} \quad (45)$$

Donde *THP* es la presión en el cabezal del pozo, el diferencial de la densidad se obtiene a partir de:

$$d(\rho_m) = \rho_m.\frac{d(THP)}{\beta_m} \quad (46)$$

Sustituyendo (42), (43), (44) y (46) en (41), cancelando ρ_m y resolviendo para la derivada de la presión en el cabezal nos queda

$$\frac{d(THP)}{dt} = \frac{\beta_m}{V_2}(q_b - q_{THP}) \quad (47)$$

donde βm puede ser calculado de:

$$\beta_m = \frac{1}{\left(\frac{xv_a}{\beta_a}+\frac{xv_c}{\beta_c}+\frac{xv_g}{\beta_g}\right)} \quad (48)$$

En la cual $x\upsilon_o$, $x\upsilon_w$, $x\upsilon_g$ son las fracciones volumétricas de crudo, agua y gas, respectivamente, mientras que β_o, β_w y β_g son los módulos de compresibilidad del crudo, agua y gas respectivamente. Los valores de $x\upsilon_o$, $x\upsilon_w$, $x\upsilon_g$ pueden obtenerse de las pruebas de pozo. El valor de β_o se puede obtener del análisis PVT, β_w a partir de las muestras de laboratorio o de tablas para las condiciones de operación particulares y β_g para un proceso isotérmico es calculado a la presión de operación, que en este caso se determina a partir de

$$P_g = \beta_g = PDP - \frac{(PDP-THP)}{2} \quad (49)$$

D. Segunda ley de Newton en la Masa de la Columna de Fluido en la Tubería de Producción después de la BES

Al realizar el diagrama de cuerpo libre (DCL) de las fuerzas concurrentes sobre la masa contenida en el volumen de control sobre la BES, se puede determinar que esta siendo impulsada hacia arriba por la descarga de la bomba, según se muestra en la Figura 10 (desarrollo propio), al aplicar la 2da Ley de Newton nos queda:

$$m.a=\Sigma F=F_{PDP}-F_{THP}-P_m-F_f \quad (50)$$

Considerando que m es la masa de la columna de fluido y corresponde a $m=\rho_m V_2=\rho_m.A.ybes$, que la aceleración a es la derivada la velocidad $v(t)$ respecto al tiempo y que la velocidad media del fluido es $v(t)=q_p/A$, equivalencias a considerar, ahora, por el lado derecho de (50), recordando que $F=PA$, donde F es fuerza, P es presión y A es área, tenemos

$$F_{PDP}=PDP.A=(PIP+\Delta P_b).A \quad (51)$$

$$F_{THP}=P_{THP}.A \quad (52)$$

$$P_m=m.g=\rho_m.A.ybes.g \quad (53)$$

$$F_f=K_f.(q_p)^2 \quad (54)$$

Donde K_f es el factor de fricción, finalmente sustituyendo (51), (52), (53) y (54) en (50), y resolviendo para dq_p/dt resulta:

$$\frac{dq_b}{dt} = \frac{A}{\rho_m.ybes}\left(PIP + \Delta P_b - THP - \rho_m.ybes.g - K_f.q^2\right) \quad (55)$$

E. Ajuste por Viscosidad al Diferencial de Presión Desarrollado por la Bomba

En la Figura 11 (fuente fabricante, ver [20]) se muestran unas curvas típicas del cabezal, eficiencia y potencia vs caudal. Estas curvas corresponden a unas condiciones de operación particulares, por ejemplo: para una bomba de una (01) etapa, a la frecuencia de 60 Hz, un motor a 3500 RPM y agua (ρ_w=1000 Kg⁄m3) como fluido de trabajo. Por lo tanto, las curvas de desempeño deben ser ajustadas para las condiciones reales de operación (número de etapas, frecuencia, densidad, viscosidad, desgaste).

Las curvas de cabezal vs caudal y eficiencia vs caudal son digitalizadas utilizando una herramienta apropiada (por ejemplo: Engauge Digitizer) y se ajustan al polinomio de menor orden, que mejor represente a las curvas (se sugiere entre orden 3 a 6). Asumiendo que el polinomio obtenido de la curva de cabezal es

$$H(q_p)=h_n(q_p)^n+h_{n-1}(q_p)^{n-1}+\cdots+h_2(q_p)^2+h_1(q_p)^1+h_0 \quad (56)$$

Mientras que el polinomio correspondiente a la curva de eficiencia es

$$N(q_p)=n_n(q_p)^n+n_{n-1}(q_p)^{n-1}+\cdots+n_2(q_p)^2+n_1(q_p)^1+n_0 \quad (57)$$

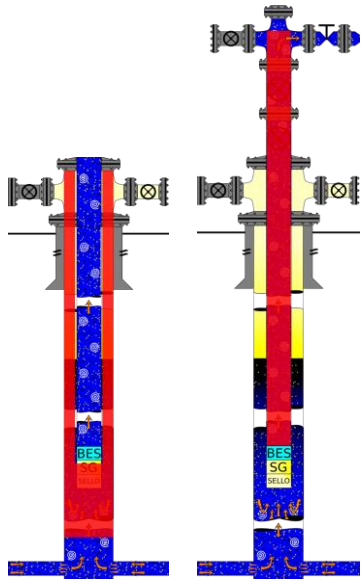

Figura 8. VC antes de BES

Figura 9. VC sobre BES

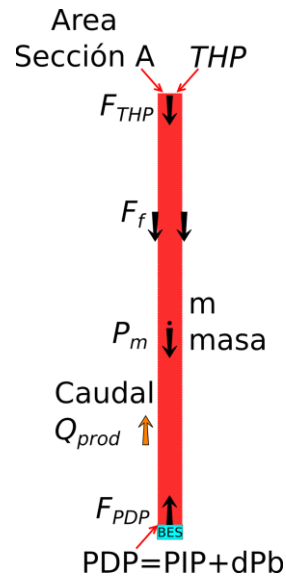

Figura 10. DCL tubería de producción

Para realizar la corrección por viscosidad se debe identificar los valores en el punto de máxima eficiencia (*Best Efficient Point – BEP)* los cuales corresponde a: caudal q_{BEP}, eficiencia n_{BEP}, cabezal h_{BEP}. Luego, encontrar el valor a flujo abierto ($qmax$), la viscosidad efectiva de la mezcla y aplicar el procedimiento propuesto en [4]. Aplicar las leyes de afinidad [21] y se propone el "factor de servicio" (basado en [5]) para la corrección por frecuencia: Si las curvas fueron determinadas originalmente para una frecuencia f_o y la bomba actualmente esta operando a la frecuencia f con un factor de servicio f_s, se define una relación de frecuencia aparente f_a de la forma:

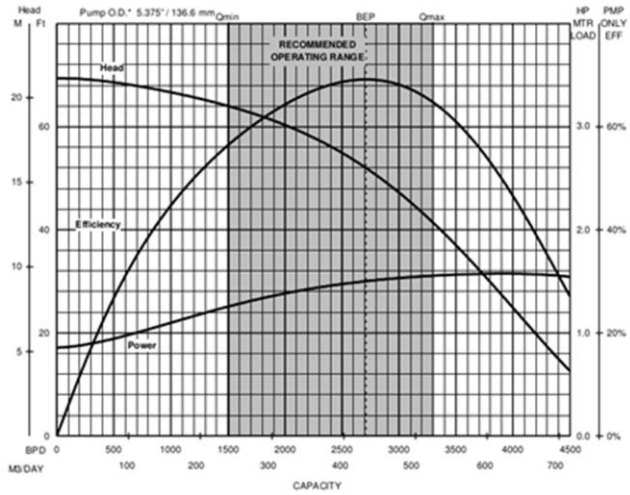

Figura 11. Cabezal, Eficiencia y Potencia vs Caudal

$$f_a=f_s.f/f_o \quad (58)$$

el flujo actual q_p puede ser cálculo por:

$$q_p = f_a . q_o \tag{59}$$

donde q_o es el flujo a la frecuencia original, y el cabezal actual H estaría dado por:

$$H = (f_a)^2 H_o \tag{60}$$

Donde H_o es el cabezal a la frecuencia original. Luego, tomando en cuenta el número de etapas y las correcciones ya indicadas, resulta en el polinomio modificado para el cabezal

$$H_m(q_p,f_a) = hm_n(f_a)^{n-2}(q_p)^n + hm_{n-1}(f_a)^{n-3}(q_p)^{n-1} + \ldots + hm_1(f_a)^{-1} q_p + hm_0(f_a)^{-2} \tag{61}$$

Y la presión diferencial en la bomba esta dada por

$$\Delta P_b = \rho_m . g . H_m(q_p,f_a) \tag{62}$$

Sustituyendo (61) en (62) resulta

$$\Delta P_b = \rho_m . g . \begin{pmatrix} hm_n(f_a)^{(n-2)} {q_p}^n + hm_{n-1}(f_a)^{(n-3)} {q_p}^{n-1} + \cdots \\ + hm_1(f_a)^{(-1)} q_p + hm_0(f_a)^{(-2)} \end{pmatrix} \tag{63}$$

F. *Solución Numérica de las Ecuaciones del Modelo*

El modelo comprende el perfil de presión (40), las 3 ecuaciones diferenciales (44), (47), (55) y la corrección de la bomba (63). Utilizando el método Runge Kutta de orden 4 y regla de integración 1/3 de Simpson, en la resolución numérica.

IV. Diseño de Estrategia de Control

A. *El Problema de Control*

Consiste en lograr mantener el punto de operación dentro de los rangos permitidos por el sistema tanto en presión (P_op), en caudal (Q_op) y dentro de la zona recomendada por el fabricante, según se muestra en la Figura 12 (fuente [20] y diseño propio). Para lograr esto se aplicaran los siguientes controladores.

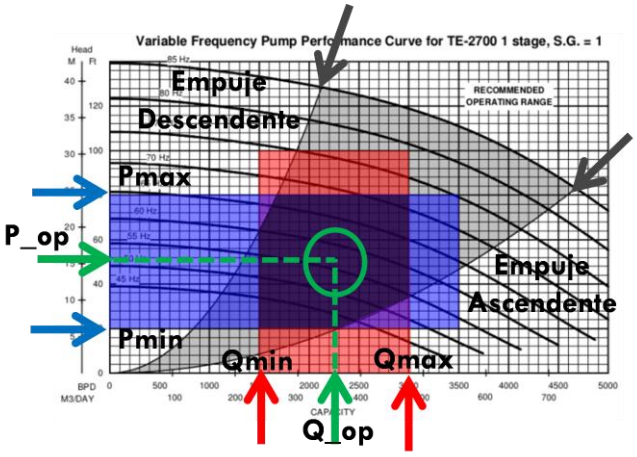

Figura 12. Punto y Zona de Operación Pozo-BES

B. *Controladores PID (Clásicos)*

Para la entonación de los controladores PID, se utilizó el método de aprox. de la respuesta a un POMTM. En base a las curvas de reacción mostradas en la Figura 13 con la entrada 1 (*PCV*) y salida 1 (*THP*) y la Figura 14 con la entrada 2 (*Frec*) y salida 2 (*Qprod*), a las cuales se aplicaron entradas escalones en incremento y decremento, calculando los promedios de los parámetros $[K, \tau, \alpha]$ para los lazos, ver valores de la Tabla II.

Tabla II. Aproximación a un Sistema de POMTM

Parámetro	Lazo 1		Lazo 2	
	Valor	Unidad	Valor	Unidad
K	-1.6303	[psi/%]	78.5112	[BBPD/Hz]
τ	10.1750	[s]	3.8	[s]
α	0.1417	[s]	0.4333	[s]

Con estos valores se utilizaron las técnicas de entonación indicadas en la Tabla I [4].

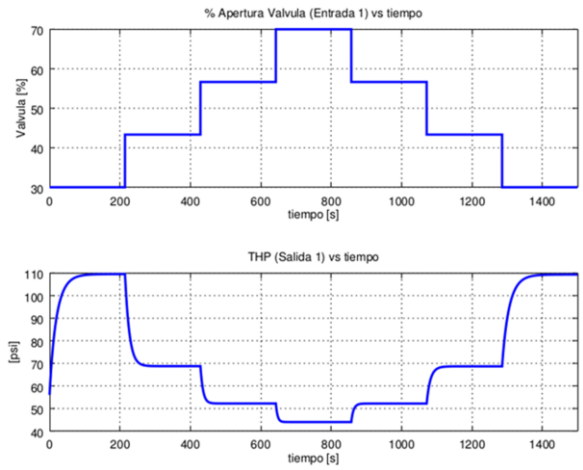

Figura 13. Curva Reacción PVC vs THP

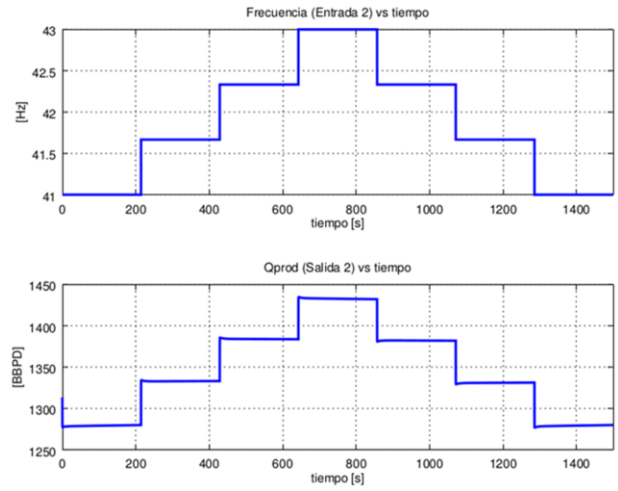

Figura 14. Curva Reacción Frec vs Qprod

C. *Controlador PID Óptimo-Adaptativo (Avanzado)*

Se utilizará como datos de entrada el conjunto de valores generados con la solución numérica de las ecuaciones del modelo para distintos rangos de trabajo de las señales de entrada-salida, aplicando un modelo paramétrico ARMAX adaptativo, con dos (02) valores anteriores para la entrada, la salida y el error. Utilizará como base para ambos lazos de control la entonación clásica que resulte con mejor desempeño para el proceso bajo estudio y se seleccionará el espacio de búsqueda para la optimización entre los siguientes límites y parámetros: [*PID y 2*PID*], genes por individuo: 8, longitud del gen: 8, numero de generaciones: 10, número de individuos: 10, índice de mutación: 0.7 e índice de cruce genético: 0.7.

D. *Controlador MPC (Avanzado)*

El modelo paramétrico es igual al utilizado para el Controlador PID Óptimo-Adaptativo, con respecto al controlador, se utiliza el modelo espacio-estado aumentado según (13) y (14), con los parámetros "Horizonte de Predicción" $N_p = 50$, "Horizonte de Control" $N_c = 20$ y "Peso de la magnitud de la señal de control" $rw = 10$.

E. *Indicadores para Evaluación de Lazos de Control*

El primer indicador evalúa los errores (desviaciones) de las salidas (salidas reales) vs las referencias (valores deseados), corresponde al promedio de la raíz del error cuadrático medio (*PRECM*) cuya ecuación es:

$$PRECM = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sqrt[2]{\frac{er_{j1}{}^2 + er_{j2}{}^2}{2}}}{n} \tag{64}$$

Donde: $er_{j1} = e_{j1}/r_{j1}$ y $er_{j2} = e_{j2}/r_{j2}$ son los errores relativos del lazo 1 y lazo 2 respectivamente en el ciclo de control *j*. Las raíces del error cuadrático medio de ambos lazos son acumuladas desde el inicio (*j=1)* hasta el final del ciclo de control *(j=n)*, para finalmente calcular el promedio al dividirlo entre *n*.

El segundo indicador, corresponde al promedio del tiempo de procesamiento (*PTPROC*) para la generación de las señales de control *u(k)*, midiendo el tiempo al inicio (t_{j_ini}) y al final (t_{j_fin}) en cada ciclo de control *j*. Los diferenciales de tiempo (t_{j_fin}-t_{j_ini}) son acumulados desde el inicio (*j=1*) hasta el final del ciclo de control (*j=n*), para finalmente calcular el promedio al dividirlo entre *n*.

$$PTPROC = \frac{\sum_{j=1}^{n} (t_{j_fin} - t_{j_ini})}{n} \tag{65}$$

V. Experimentación con el Sistema de Control

La secuencia de cambios en las referencias de entradas de control (Set-Points) aplicados a todos los controladores se aprecia en la Figura 15. en *t=0s* (condiciones iniciales) se tienen como referencias *THP=50psi, Qprod=1320BBPD* y variables perturbación *PLP=28psi y CHP=17psi*. Luego se aplican los cambios en la siguiente secuencia: *t=50s PLP* a 34psi, *t=100s THP* a 100psi, *t=150s CHP* a 25psi, *t=200s Qprod* a 1250BBPD, *t=250s PLP* a 28psi, *t=300s THP* a 50psi, *t=350s CHP* a 17psi, *t=400s Qprod* a 1320BBPD y se ejecuta hasta *t=500s* sin otras variaciones.

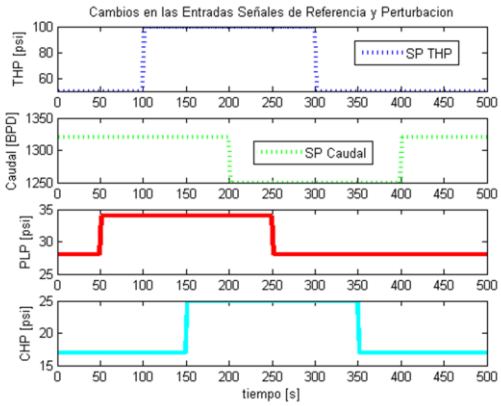

Figura 15. Cambios en las Entradas

A. *Preselección entre las Técnicas Clásicas*

Se seleccionó el mejor desempeño entre las técnicas de entonación clásicas de los PID. Para efectos de concentrarnos en las técnicas de control avanzadas (sección V.B), sobre las técnicas clásicas solo se muestran los indicadores y no las gráficas con la evolución en el tiempo. El lazo 1 mostró un buen desempeño para todas las técnicas clásicas, pero en el lazo 2 se presentó poca estabilidad en el seguimiento al punto de ajuste. En la Figura 16 se aprecia el desempeño de las técnicas clásicas, por un lado ITAE-SP, ITAE-Pert, ZN y CC mostraron un *PRECM* cercano al 7%, con un mejor desempeño SD con 3% y la de mejor desempeño fue IMC con un *PRECM* menor al 2%. En cuanto al *PTPROC*, todas estuvieron por debajo de 1,0 ms, alrededor de 0,7 ms. Por simplificación, tomaremos la IMC para la comparación con las técnicas avanzadas de control.

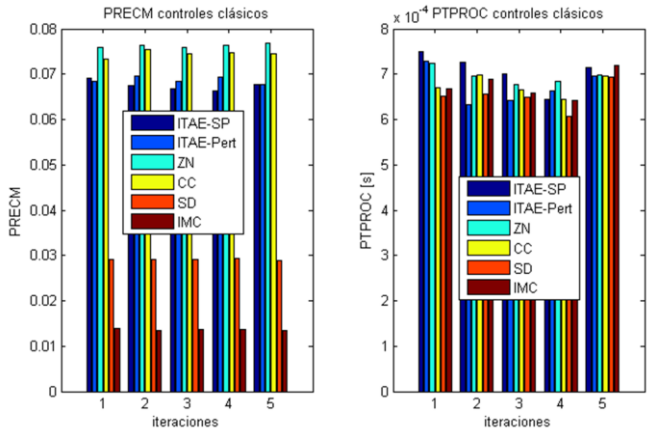

Figura 16. Indicadores en PIDs Entonaciones Clásicas

B. *Evaluación de Controladores PID IMC, PID AG y MPC*

Los lazos 1 (Figura 17) y 2 (Figura 18) mostraron buen desempeño para los tres (03) controladores evaluados en la estabilidad del seguimiento a los puntos de ajuste. En la Figura

19 se aprecia que están por debajo del 1.4% en el *PRECM* y la *PTPROC* menor a 60 ms.

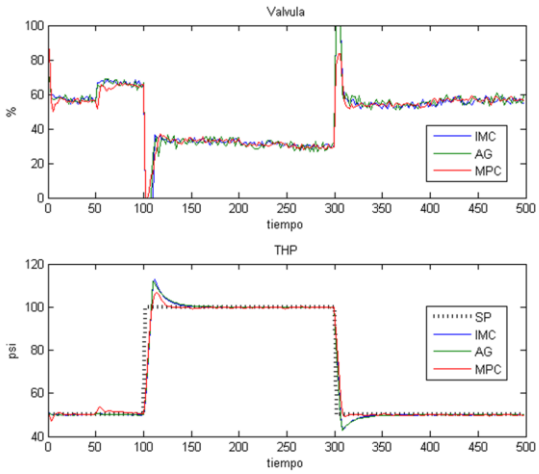

Figura 17. PCV, Ref. 1 y THP – IMC, AG y MPC

TABLA III. EVALUACIÓN DE CONTROLADORES

CONTROLADOR	Orden *PRECM*	Orden *PTPROC*[b]
1°) MPC	1° (1,30%)	2° (11,9ms)
2°) PID AG	2° (1,32%)	3° (52,3ms)
3°) PID IMC	3° (1,36%)	1° (0,7 ms)

[b] Estos tiempos fueron medidos utilizando un procesador (un núcleo) Intel, Core i5 3337U CPU @ 1.80GHz, con 640MB RAM.

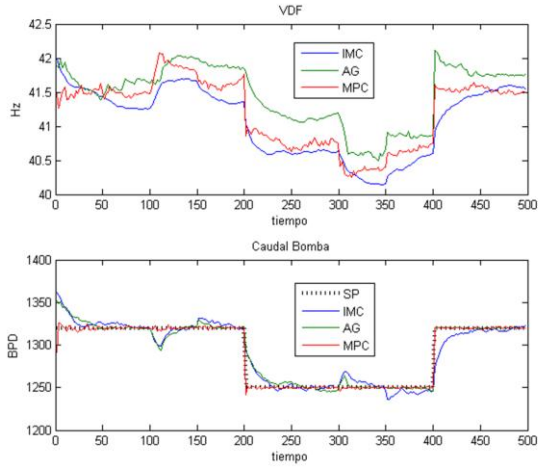

Figura 18. Frec, Ref. 2 y Qprod – IMC, AG y MPC

Es relevante destacar el comportamiento del PID basado en AG, en la Figura 20 se observa la evolución en el tiempo de la función objetivo (*FO*), reiniciando cada vez que cambian las variables de referencia en t = [0s, 100s, 200s, 300s, 400s], y a medida que transcurre cada ciclo de control la *FO* va en aumento. Se aprecian los cambios de las ganancias del PID del lazo 1, coincidiendo convergencia con la ganancia proporcional (*P1*) en el inicio de cambios en *THP*, sin generar convergencias en los otros parámetros (*I1, D1 y N1*). En las ganancias del lazo 2 no se aprecian convergencias marcadas por esta razón no son presentadas.

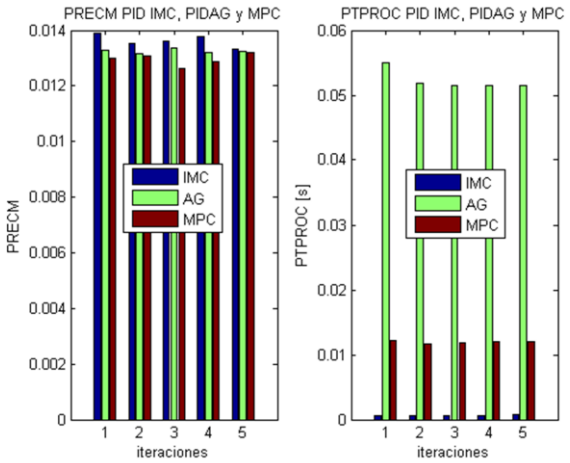

Figura 19. PRECM y PTPROC IMC, AG y MPC

VI. CONCLUSIONES

1) La toma de acciones por el MPC antes de ocurrir el error son características del control predictivo, demostrando tener un paso adelante entre los controladores evaluados, por esta razón posee el menor *PRECM* y mejor desempeño en cuanto al error, 2) La incorporación de los AG en el ajuste del control PID mejora el rendimiento general del controlador PID clásico lo cual le proporciona el 2do lugar, 3) Se puede identificar una selección inicial entre los controladores evaluados en base al costo en tiempo de procesamiento requerido para generar las señales de control y saber si aplica, o no, a un proceso específico en base a su dinámica, por ejemplo, si el proceso a controlar posee constantes de tiempo en el orden de unidades de segundos o mas, cualquiera de los controladores PID IMC, PIDAG y MPC podrían ser candidatos para dicha planta, pero si el proceso a controlar posee constantes de tiempo en el orden de unidades de milisegundos, se recomienda solo el PID IMC. 4) Igualmente se demuestra la razón por la cual el controlador PID clásico aún sigue siendo el más implementado en la mayoría de los procesos en la industria, por su simplicidad y estabilidad, particularmente en el proceso bajo estudio.

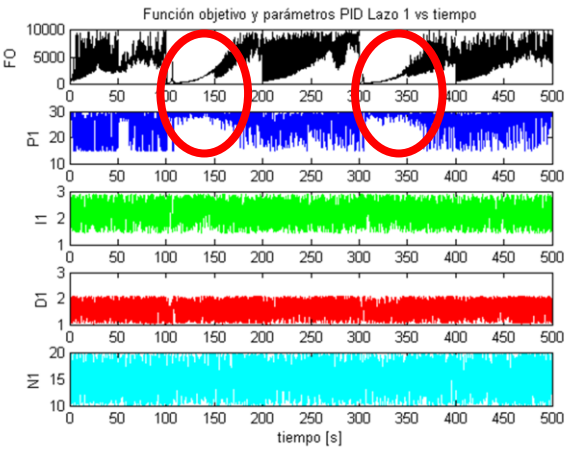

Figura 20. FO y Parámetros PID AG vs Tiempo

REFERENCIAS

[1] M. Economides, A.D. Hill, and C. Ehlig-Economides, "Petroleum Production Systems". Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall Inc., 1994.

[2] T. Perez, "Evaluacion del Uso del PSO (Particle Swarm Optimization) para el Ajuste de Controladores PID, Aplicados al Proceso de Levantemiento de Petróleo mediante Bombeo Centrífugo Sumergido", Tesis de Grado, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela, 2015.

[3] R. Ronning, "Automatic Start-up and Control of Artificially Lifted Wells"; Tesis de Maestria; Norwegian University of Science and Technology: Stavanger, Noruega, 2011.

[4] G. Takacs, Z. Turzo, J. Zsuga, "Equations Correct Centrifugal Pump Curves for Viscosity". Oil & Gas Journal 2000, vol-98 (nro-22), pag 57-pag 61.

[5] L. Vallés, T. Cortez, "Determinación de la Disminución del Rendimiento Global de una Bomba Centrífuga por Concepto de Desgaste en su Carcasa." Revista Ingeniería UC, vol. X, num. 3, pp. 37-49.

[6] M. Ison, J. Sitt, M. Trevisan, "Algoritmos Genéticos: Aplicación en MATLAB", 2005. Universidad de Buenos Aires. https://www.df.uba.ar/users/mison/genetico.tar.gz.

[7] V. Mazzone, "Controladores PID", Universidad Nacional de Quilmes, Automatización y Control Industrial, Control Automático 1: Quilmes, 2002; Vol. I.

[8] A. Corripio, C. Smith, "Principles and Practice of Automatic Process Control," 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., vol. I, 1997, pp. 313-314.

[9] C. L. Smith, "Digital Computer Process Control", ISBN-10 0700224017, ISBN-13 9780700224012, Scranton, PA: Intext Educational Publishers. 1972.

[10] B. A. Ogunaike, W. H. Ray, "Process Dynamics, Modeling, and Control," ISBN 0-19-509119-1, Oxford University Press, New York, pp. 532-539, 1994.

[11] I. Ruge, M. Alvis, "Aplicación de los Algoritmos Genéticos para el Diseño de un Controlador PID Adaptativo". Tecnura 2009, 13 (25), 81-87.

[12] L. Wang, "Model Predictive Control, Desing, and Implementation Using MATLAB", London Limited: Springer-Verlag 2009.

[13] J. Canelón, "Tópicos Avanzados en Identificación de Procesos"; Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería, División de Postgrado: Maracaibo, 2014; Vol. 6.

[14] F. Escandon, "Relación entre Regímenes de Flujo en Tubería de Producción con Completación con Equipo BES en Pozos Verticales"; Tesis de Pregrado, 2015; Escuela Superior Politecnica del Litoral: Guayaquil, Ecuador Ecuador, Recuperado el 14 de julio de 2016, de http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/bitstream/handle/123456789/30900/D-70111.pdf?sequence=-1&isAllowed=y.

[15] E. Machete, "Análisis del Desempeño de dos Sistemas de Levantamiento Artificial Bombeo Electrosumergible y Bombeo Mecánico VSH2 Utilizados en el Campo Caño Limón"; Tesis de Pregrado; 2007, Universidad Industrial de Santander: Bucaramanga, Colombia Colombia, Recuperado el 31 de agosto de 2016, de https://es.scribd.com/doc/33609120/Manual-ANALISIS-NODAL.

[16] D. Arcentales, M. Caizapanta, "Aplicación del Análisis Nodal para la Evaluación del Sistema de Levantamiento Artificial por Bombeo Electro-sumergible del Campo ESPOL III"; Tesis de Pregrado, 2011; Escuela Superior Politécnica del Litoral: Guayaquil, Ecuador, Recuperado el 13 de julio de 2016, de http://www.cib.espol.edu.ec/Digipath/D_Tesis_PDF/D-68594.pdf.

[17] E. Aceros, E. Camargo, J. Aguilar, H. Lozada, "Sensor Virtual Basado en Minería de Datos para la Estimación de Parámetros de Pozos Petroleros". En las memorias de la IV Conferencia Nacional de Computación, Informática y Sistemas (CoNCISa 2016), octubre 2016, CUC, Caracas, Venezuela, ISBN: 978-980-7683-02-9: pp. 152-156.

[18] E. Aceros, E. Camargo E., O. Parabavire, "Comparación Cualitativa del Desempeño de la Aplicación del Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM) y el PID para el Control de Nivel en Pozos". En las memorias del IV Simposio Científico y Tecnológico en Computación (SCTC 2016), mayo 2016, UCV, Caracas, Venezuela. ISBN: 978-980-12-8407-9: pp. 88-94

[19] E. Aceros, E. Camargo, J. Canelón, A. Verde, "A First Principles Model for Virtually Sensing Operational Parameters in an ESP Well". Presentado en SPE Artificial Lift Conference and Exhibition, ALCE agosto 2018, The Woodlands, Texas, USA, SPE-190956-MS.

[20] Wood Group ESP, Inc. www.woodgroup-esp.com, 2009. https://www.scribd.com/doc/232596199/Wood-Group-ESP-Catalogue

[21] B.L. Wilson, "Understanding the Basics of Electrical Submersible Pump Performance". Presented at the SPE International Meeting on Petroleum Engineering held in Beijing, China March 17-20, 1986. SPE-14050-MS

[22] E. Aceros, E. Camargo, M. Briceño, L. Guzman, "Diseño del Modelado Matemático para el Diagnóstico de Pozos de Extracción por Bombeo de Cavidades Progresivas". En las memorias de la V Conferencia Nacional de Computación, Informática y Sistemas (CoNCISa 2017), Octubre 2017, UCAB, Cdad. Guayana, Venezuela, ISBN: 978-980-7683-03-6: pp. 128-133

[23] E. Aceros, E. Camargo, J. Aguilar, H. Lozada, "Estimacion de Parámetros en Macollas de Producción de Pozos Electrosumergibles". Revista Ciencia e Ingeniería, Vol 37, N° 3, agosto-noviembre 2016, ULA, Mérida, Venezuela, ISSN 1316-7081. ISSN Elect. 2244-8780: pp. 37-44.

[24] E. Aceros, E. Camargo, J. Aguilar, "Intelligent Well Systems". Presentado en "APCASE" 2015 IEEE Computer Society (Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering): ISBN: 978-1-4799-7588-4/15: July 2015, Quito, Ecuador.