

Filtrado 2D De Imágenes Médicas Basado En Filtros Myriad Ponderados Recursivos

Liliana Bautista

Postgrado en Ingeniería Biomédica
Universidad de Los Andes
Mérida, Venezuela
Email: liesbato@gmail.com

Juan Marcos Ramírez

Centro de Estudios en Microcomputación y
Sistemas Distribuidos (CEMISID)
Universidad de Los Andes
Mérida, Venezuela

Resumen—El problema de la remoción de ruido está presente en diversas aplicaciones de procesamiento de imágenes médicas. En general, se asume que el ruido que contamina esta clase de imágenes sigue una distribución gaussiana, donde los filtros desarrollados bajo esta suposición incorporan un efecto de borrosidad (*blurring*) que reduce el contraste en las imágenes. Por tanto, se hace necesaria la incorporación de técnicas de filtrado que se ajusten con mayor precisión a las características del ruido, preservando a su vez los contrastes de las imágenes. En este sentido, los filtros myriad ponderados recursivos han sido propuestos recientemente como estructuras robustas ante una amplia variedad de modelos de ruido, donde la recursividad inherente a estas estructuras favorece el diseño de filtros con respuestas muy cercanas a las operaciones de filtrado deseadas. Este trabajo propone la implementación de técnicas de filtrado 2D basadas en los filtros myriad ponderados recursivos para la remoción del ruido dependiente de las amplitudes de los datos, un tipo de contaminación que afecta frecuentemente a distintas modalidades de imágenes médicas. Estas técnicas de filtrado 2D aprovechan la recursividad de los filtros myriad ponderados recursivos con el objeto de diseñar estructuras que minimicen los efectos del ruido sin tener que recurrir a una etapa adicional de realce de contrastes. El rendimiento de estas técnicas de filtrado se evalúa, usando diferentes métricas de calidad de la imagen, en la remoción de ruido presente en bases de datos de tomografía computarizada multicorte y de resonancia magnética.

Palabras Clave—Filtrado 2D; filtros myriad ponderados recursivos; resonancia magnética; ruido Poisson; ruido riciano; tomografía computarizada.

I. INTRODUCCIÓN

El diagnóstico usando imágenes médicas consiste en una estrategia no invasiva que se instrumenta como herramienta de análisis para la detección temprana de enfermedades, la localización de lesiones y la planificación de intervenciones quirúrgicas. En este sentido, existen una amplia variedad de modalidades de imágenes médicas que han sido desarrolladas con el objeto de evaluar tanto la morfología de las estructuras anatómicas como el funcionamiento de los órganos de interés.

Un ejemplo de estas modalidades de imágenes médicas lo constituye la tomografía computarizada multicorte (MSCT, *multi-slice computed tomography*) que básicamente consiste en una tecnología de adquisición basada en rayos X que favorece la captura de información relacionada con la disposición 3D de las estructuras anatómicas de interés [1]. Además, a partir de la información suministrada por las imágenes de MSCT, se han desarrollado diversos métodos de segmentación 2D y 3D, cuyos modelos resultantes han sido usados en la estimación

de múltiples parámetros relacionados con el funcionamiento de los órganos bajo proyección [2], [3].

Por su parte, las imágenes de resonancia magnética (MRI, *magnetic resonance imaging*) es otra modalidad de imágenes médicas que obtiene información tanto de la anatomía como del funcionamiento de los órganos en estudio. En general, un escáner de MRI captura la información espacial de los órganos de interés, y en algunas ocasiones, el software integrado a los equipos de adquisición permite la visualización de modelos 3D de las estructuras anatómicas bajo observación. Además, la adquisición de MRI no involucra la proyección de rayos X, característica que la diferencia de los equipos de MSCT. No obstante, las modalidades de MRI y MSCT se consideran herramientas complementarias de diagnóstico, debido a que cada una de estas tecnologías presenta sus ventajas y limitaciones en diversas aplicaciones médicas [4], [5].

En general, las imágenes de MRI y MSCT son afectadas por ruido dependiente de las amplitudes de los datos. Esta clase de contaminación produce un tipo de distorsión en las imágenes que complica las tareas de discriminación de las distintas regiones de interés, dificultando a su vez, los procesos de segmentación 2D y 3D. Además, las técnicas tradicionales de tratamiento de imágenes degradan su desempeño ante este tipo de contaminación debido a que el proceso de adquisición no sigue un modelo de ruido aditivo independiente de las amplitudes de los píxeles de la imagen original. En el contexto de imágenes médicas, la distorsión que afecta a las imágenes de MSCT se modela usando la distribución de Poisson, mientras que las perturbaciones presentes en las imágenes de MRI se caracterizan usando la distribución de Rice [6]–[8].

En las últimas dos décadas se han propuesto múltiples métodos de remoción de ruido dependiente de las amplitudes de los datos. En concreto, estas técnicas aplican una operación de filtrado lineal sobre una versión transformada de la imagen, donde las perturbaciones en el nuevo dominio se asumen como muestras aditivas que obedecen a una distribución gaussiana [7], [9], [10]. Luego, la imagen de interés se obtiene a partir de la aplicación de la transformada inversa sobre la versión filtrada de la imagen transformada. No obstante, estos métodos imponen un efecto de difuminación (*blurring*) sobre la imagen de interés, requiriendo la aplicación de técnicas de realce de contrastes. Por consiguiente, se hace necesario la evaluación de otras técnicas de filtrado de imágenes, que minimicen el efecto del ruido, y que a su vez preserven los contrastes entre las distintas regiones que conforman la imagen.

Este trabajo propone la implementación de técnicas de filtrado 2D basada en los filtros myriad ponderados recursivos [11], [12] para la remoción de ruido dependiente de las amplitudes de los píxeles. En concreto, esta nueva familia de filtros recursivos considera tanto un subconjunto de muestras de entrada como un subconjunto de salidas previas en la estimación de la salida actual del filtro, y además, esta clase de filtros tiene la capacidad de rechazo de una amplia gama de modelos de ruido mediante el ajuste de un par de parámetros sintonizables. Así mismo, estos filtros han sido implementados con éxito en diversas aplicaciones de procesamiento de señales e imágenes, donde la recursividad inherente a estas estructuras favorece la recuperación de respuestas ajustadas a las salidas deseadas [11], [12].

La organización del artículo es la siguiente. En la Sección II se describe brevemente los modelos de ruido dependiente de las amplitudes de los píxeles, y en la Sección III se incorporan las métricas de calidad de la imagen usadas en la evaluación de las técnicas de filtrado. Los fundamentos de los filtros myriad ponderados recursivos, sus algoritmos de diseño y los aspectos prácticos para la implementación de las técnicas de filtrado 2D se desarrollan en la Sección IV. La Sección V presenta los resultados de la implementación de estas estructuras recursivas en el filtrado 2D de bases de datos sintéticas y reales de MSCT y MRI. Finalmente, la Sección VI expone las conclusiones derivadas del trabajo.

II. MODELOS DE RUIDO DEPENDIENTE DE LOS DATOS Y MÉTRICAS DE CALIDAD DE LA IMAGEN

A. Ruido Poisson

Los fotones de rayos X se proyectan sobre una superficie receptora siguiendo un patrón aleatorio, de manera que una región de esta superficie puede recibir más fotones que otra a pesar de que ambas regiones hayan sido expuestas a la misma intensidad de radiación. Este comportamiento aleatorio se conoce como *ruido cuántico*. En general, el ruido cuántico se describe usando el modelo estadístico de Poisson. Este modelo asume que cada píxel x de una imagen $f(x)$ se modela como una variable aleatoria que obedece a una distribución Poisson de parámetro $\lambda = x_0$, donde x_0 es el valor del píxel correspondiente de la imagen sin ruido. En concreto, la función de densidad de probabilidad de Poisson se define como

$$P(x = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad (1)$$

donde λ es proporcional al número de fotones que incide en la superficie receptora durante el tiempo de exposición. La Figura 1 muestra las curvas de la función de densidad de probabilidad de la distribución Poisson para distintos valores del parámetro λ . Como se puede observar en la Figura 1, λ está relacionado tanto con la media como con la desviación estándar de la distribución. Por tanto, considerando que λ es el valor del píxel de la imagen original, el nivel de ruido que contamina a cada píxel será proporcional a su intensidad [7]. En otras

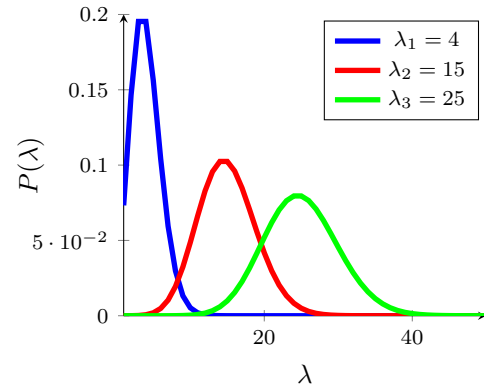


Figura 1. Función de Densidad de Probabilidad de Poisson para Distintos Valores de λ

palabras, el nivel de contaminación del ruido Poisson depende de la magnitud de los píxeles de la imagen sin ruido.

B. Ruido Riciano

El ruido riciano es un modelo de contaminación dependiente de los datos que afecta significativamente las imágenes de MRI de bajo contraste. En regiones de baja intensidad (oscuras) de la imagen, el ruido riciano tiende a seguir un modelo estadístico de Rayleigh, mientras que en las regiones de mayor intensidad el ruido se aproxima a una distribución gaussiana.

Específicamente, el ruido riciano se incorpora en las bases de datos de MRI de la siguiente manera. La información capturada por el equipo consiste en la transformada de Fourier de la imagen a visualizar, cuyos datos se almacenan en dos canales (canal real y canal imaginario). En general, las perturbaciones que afectan a cada canal son atribuidas a la contaminación inducida por los componentes electrónicos del equipo, que comúnmente se caracteriza como ruido aditivo blanco gaussiano. Luego, se determina la transformada inversa de Fourier de los datos adquiridos, donde la información de la transformada inversa se registra también en dos canales (canal real y canal imaginario). La contaminación en el dominio de la transformada inversa de Fourier también se modela como ruido aditivo blanco gaussiano. No obstante, la imagen a visualizar, se obtiene como la magnitud de la transformada inversa de Fourier, donde la intensidad de cada píxel se obtiene como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los píxeles ubicados en la posición correspondiente en cada canal. Esta operación que determina cada píxel de la imagen a visualizar hace que la contaminación resultante se aproxime con mayor precisión a un modelo estadístico dependiente de las amplitudes de los píxeles, que comúnmente se describe usando la distribución de Rice [7], [13].

III. MÉTRICAS DE CALIDAD DE LA IMAGEN

Las métricas de calidad de la imagen son un conjunto de operadores que se aplican sobre las imágenes procesadas con el propósito de valorar cuantitativamente el rendimiento de

las técnicas de tratamiento de imágenes. En general, teniendo en cuenta la disponibilidad de una imagen de referencia, que se considera libre de ruido, estas medidas de evaluación se clasifican en dos categorías: métricas de calidad de la imagen con referencia (FR, *Full Reference*) y métricas de calidad de la imagen ciegas o sin referencia (BR, *Blind Reference*) [14]. En las últimas décadas se han propuesto un número importante de operadores para la medición de la calidad de las imágenes, donde cada uno de estos operadores posee sus ventajas y limitaciones en términos de precisión, velocidad de cálculo y la aplicación a considerar. A continuación, se describen las métricas de calidad de la imagen usadas en la evaluación de las técnicas de filtrado basadas en los filtros myriad ponderados recursivos.

A. Métricas de Calidad de la Imagen con Referencia

Las métricas pertenecientes a esta categoría comparan la imagen de interés con respecto a una imagen de referencia que se considera libre de distorsión. En concreto, esta clase de métricas mide la diferencia entre las dos imágenes. Tales métodos son ampliamente usados en la cuantificación del ruido que afecta la imagen bajo evaluación, sin embargo, este conjunto de métodos presenta serias dificultades en la valoración del realce de las imágenes debido a que, en general, no se dispone de una imagen realzada de alta calidad [14].

1) *Error Medio Absoluto (MAE, Mean Absolute Error)*: se obtiene como el promedio de la diferencia absoluta entre la imagen de referencia y la imagen a evaluar, esto es [15]:

$$\text{MAE} = \frac{1}{\mathcal{MN}} \sum_{i=0}^{\mathcal{M}-1} \sum_{j=0}^{\mathcal{N}-1} |I_o(i, j) - I_r(i, j)|. \quad (2)$$

donde \mathcal{MN} es el tamaño de la imagen, I_o es la imagen de referencia y I_r es la imagen bajo evaluación.

2) *Error Medio Cuadrático (MSE, Mean Squared Error)*: el MSE determina la potencia de la distorsión en la imagen bajo evaluación, en otras palabras, obtiene la potencia del error entre la imagen de referencia y la imagen procesada, dada por:

$$\text{MSE} = \frac{1}{\mathcal{MN}} \sum_{i=0}^{\mathcal{M}-1} \sum_{j=0}^{\mathcal{N}-1} (I_o(i, j) - I_r(i, j))^2. \quad (3)$$

3) *Relación Señal a Ruido Pico (PSNR, Peak Signal-to-Noise Ratio)*: es la métrica más usada para la evaluación del rendimiento de las técnicas de procesamiento de imágenes [14], [15]. En concreto, el PSNR está definido como la relación entre la potencia máxima posible de la imagen y la potencia de la distorsión [15], es decir:

$$\text{PSNR}[\text{dB}] = 10 \log_{10} \left(\frac{(P-1)^2}{\text{MSE}} \right), \quad (4)$$

donde P es el rango dinámico de valores de intensidades de los píxeles, por ejemplo, $P = 256$ para imágenes en escala de grises de 8 bits.

B. Métricas de Calidad de la Imagen Sin Referencia

Este conjunto de métricas se fundamenta en la idea de que el valor de un píxel depende fuertemente de los valores de los píxeles más cercanos, disminuyendo esta dependencia a medida que los píxeles se encuentren más distantes entre sí. Este conjunto de métricas son apropiadas cuando no se dispone de una imagen de referencia, situación que es muy común en aplicaciones de procesamiento de imágenes médicas. Además, las métricas ciegas apuntan hacia una mayor correlación del operador con las características de evaluación subjetiva del sistema de visión humana [16].

1) *Medida de Realce (EME, Measure of Enhancement)*: esta métrica valora cuantitativamente el realce de la imagen basada en los conceptos de percepción visual de Webers Low [17]. Específicamente, este operador promedia los mayores cambios de magnitud de las intensidades de los píxeles registrados en un conjunto de bloques de la imagen. En general, esta métrica es adecuada para evaluar el realce de imágenes con estructuras uniformes y regulares. La medida EME se define como:

$$\text{EME} = \frac{1}{k_1 k_2} \sum_{m=1}^{k_1} \sum_{l=1}^{k_2} 20 \ln \left(\frac{I_{max}^{l,m}}{I_{min}^{l,m}} \right), \quad (5)$$

donde la imagen filtrada I es dividida en $k_1 \times k_2$ bloques no solapados, además, I_{max} y I_{min} corresponden a las intensidad máxima y mínima de los píxeles en el bloque m, l de la imagen filtrada.

2) *Métrica de Realce por Entropía (EMEE, Measure of Enhancement by Entropy)*: en la tarea de evaluar el contraste de la imagen se adiciona la medida estadística conocida como entropía que permite conocer la distribución de los niveles de grises, de este modo, cuanto mayor es el número de niveles de grises que participan en la imagen, mayor es la entropía. Esta métrica se ajusta para imágenes que contienen objetos formados por regiones uniformes de diversos niveles de grises y se determina como:

$$\text{EMEE} = \frac{1}{k_1 k_2} \sum_{m=1}^{k_1} \sum_{l=1}^{k_2} \alpha \left(\frac{I_{max}^{l,m}}{I_{min}^{l,m}} \right)^\alpha \ln \left(\frac{I_{max}^{l,m}}{I_{min}^{l,m}} \right), \quad (6)$$

donde $\alpha \in (0, 1]$ es una constante que permite parametrizar la métrica EMEE. En particular, cuanto mayor es el valor de α mayor es el énfasis de la entropía, permitiendo de este modo el manejo de mayor aleatoriedad en la imagen filtrada [18].

IV. FILTROS MYRIAD PONDERADO RECURSIVOS

Los filtros myriad ponderados recursivos pertenecen a una clase general de estructuras de filtrado basadas en el operador no lineal muestra myriad. Más precisamente, la salida de este tipo de filtros toma en cuenta, además de un subconjunto de muestras de la señal de entrada, un subconjunto de salidas previas del filtro. En otras palabras, considere un subconjunto de muestras de entrada $\{x_i\}_{i=-N}^N$, que para la aplicación específica de filtrado de imágenes se considerará como un grupo de píxeles procedente de una ventana de dimensiones

$\ell \times \ell$, donde $\ell^2 = 2N + 1$. Además, considere un subconjunto de salidas previas $\{y_j|_{j=1}^N\} = \{y[n-j]|_{j=1}^N\}$, que en conjunto con las muestras de la imagen de entrada se incluyen en una ventana de observación recursiva. Adicionalmente, considere un conjunto de coeficientes $\{g_i|_{i=-N}^N\}$ que pondera los niveles de confiabilidad de las muestras de entrada y un conjunto de ponderaciones $\{h_j|_{j=1}^N\}$, que controla la influencia de las salidas previas en la respuesta actual del filtro. En particular, la salida del *filtro myriad ponderado recursivo* (RWMY, *recursive weighted myriad*) está definida como la solución del problema de minimización [11], [12]:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{K_1, K_2} &= \arg \min_{\beta} \{\mathcal{G}(\beta)\} \\ &= \arg \min_{\beta} \left\{ \prod_{i=-N}^N [K_1^2 + |g_i|(\text{sgn}(g_i)x_i - \beta)^2] \right. \\ &\quad \left. \dots \times \prod_{j=1}^N [K_2^2 + |h_j|(\text{sgn}(h_j)y_j - \beta)^2] \right\}, \quad (7) \end{aligned}$$

donde K_1 y K_2 son parámetros sintonizables que controlan la robustez del filtro ante diversos tipos de ruido. Debido a que el operador logarítmico es una función monótonica no decreciente, la Ecuación (7) puede reformularse como:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{K_1, K_2} &= \arg \min_{\beta} \{\log(\mathcal{G}(\beta))\} = \arg \min_{\beta} \{\mathcal{H}(\beta)\} \\ &= \arg \min_{\beta} \left\{ \sum_{i=-N}^N \log[K_1^2 + |g_i|(\text{sgn}(g_i)x_i - \beta)^2] \right. \\ &\quad \left. \dots + \sum_{j=1}^N \log[K_2^2 + |h_j|(\text{sgn}(h_j)y_j - \beta)^2] \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

El diagrama de bloques de una estructura no causal del filtro RWMY se muestra en la Figura 2. Como puede observarse en dicha figura, la salida del filtro RWMY depende de las muestras de entrada así como de las salidas previas del filtro. Con el propósito de determinar algunas propiedades de estos filtros recursivos, a continuación se desarrolla un análisis de la función costo objetivo $\mathcal{H}(\beta)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\beta) &= \left\{ \sum_{i=-N}^N \log[K_1^2 + |g_i|(\text{sgn}(g_i)x_i - \beta)^2] \right. \\ &\quad \left. \dots + \sum_{j=1}^N \log[K_2^2 + |h_j|(\text{sgn}(h_j)y_j - \beta)^2] \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Bajo una revisión detallada de (9), se puede notar que tanto las muestras de entrada $\{x_i|_{i=-N}^N\}$ como las salidas previas $\{y_j|_{j=1}^N\}$ están multiplicadas por los signos de sus coeficientes respectivos. En principio, esta característica permite el uso de estas estructuras recursivas no lineales en la implementación de operaciones de filtrado de frecuencia selectiva [11], [12]. No obstante, a partir de esta especificación considere el

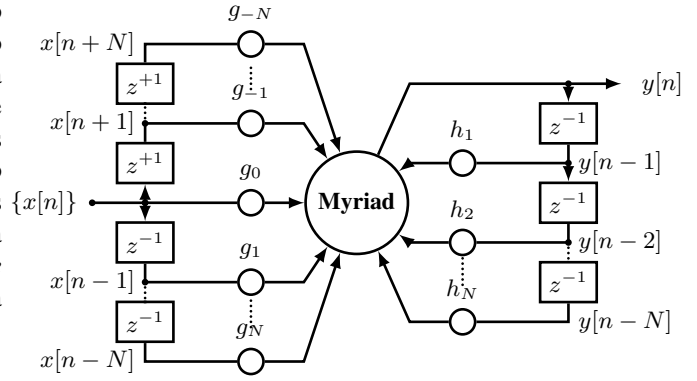


Figura 2. Estructura del Filtro Myriad Ponderado Recursivo

conjunto extendido de muestras multiplicadas por los signos de sus respectivos pesos, esto es,

$$\begin{aligned} \{s_m|_{m=1}^L\} &= \{\text{sgn}(g_{-N})x_{-N}, \dots \\ &\quad \dots, \text{sgn}(g_N)x_N, \text{sgn}(h_1)y_1, \dots, \text{sgn}(h_N)y_N\}, \quad (10) \end{aligned}$$

con $L = 3N + 1$. Además, permita denotar $\{s_{(m)}|_{m=1}^L\}$ como el orden estadístico del conjunto extendido de muestras multiplicadas por los signos de las ponderaciones, de modo que $s_{(1)} \leq s_{(2)} \leq \dots \leq s_{(L)}$, donde el elemento más pequeño y el más grande en el orden estadístico está dado por $s_{(1)} = \min\{s_m|_{m=1}^L\}$ y $s_{(L)} = \max\{s_m|_{m=1}^L\}$, respectivamente. En primera instancia, de la Ec. (9), se puede observar que el filtro RWMY tiene L parámetros independientes, que corresponden a las versiones normalizadas de las coeficientes del filtro, en otras palabras, $\left\{ \frac{g_{-N}}{K_1^2}, \dots, \frac{g_0}{K_1^2}, \dots, \frac{g_N}{K_1^2}, \frac{h_1}{K_2^2}, \dots, \frac{h_N}{K_2^2} \right\}$. Además, observe en la Ec. (8) que $\mathcal{H}(\beta) = \log(\mathcal{G}(\beta))$, donde $\mathcal{G}(\beta)$ es una función polinómica de β de orden $2L$ con derivadas bien definidas en todos sus órdenes. Por tanto, la derivada $\mathcal{G}'(\beta)$ es una función polinómica con no más que $(2L - 1)$ raíces reales y extremos locales. Por su parte, la derivada de la función costo $\mathcal{H}(\beta)$ está dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'(\beta) &= \mathcal{G}'(\beta)/\mathcal{G}(\beta) = 2 \sum_{i=-N}^N \frac{|g_i|(\beta - \text{sgn}(g_i)x_i)}{K_1^2 + |g_i|(\text{sgn}(g_i)x_i - \beta)^2} \\ &\quad \dots + 2 \sum_{j=1}^N \frac{|h_j|(\beta - \text{sgn}(h_j)y_j)}{K_2^2 + |h_j|(\text{sgn}(h_j)y_j - \beta)^2}. \quad (11) \end{aligned}$$

Al revisar la Ec. (7), se puede notar que $\mathcal{G}(\beta) \neq 0$ para cualquier valor de β , por tanto, las raíces de la derivada de la función costo $\mathcal{H}'(\beta)$ y las raíces de $\mathcal{G}'(\beta)$ son idénticas. De esta forma, $\mathcal{H}'(\beta)$ tiene como máximo $(2L - 1)$ raíces reales y extremos locales, donde el valor de β que genera uno de los mínimos de la función costo corresponderá a la salida del filtro RWMY. Además, luego de una revisión en detalle de (11), se puede inferir que $\mathcal{H}'(\beta) \neq 0$ para $\beta < s_{(1)}$ y $\beta > s_{(L)}$. Por tanto, $\mathcal{H}'(\beta) = 0$, y en consecuencia la salida del filtro myriad ponderado recursivo, se alcanzará para valores de β dentro del rango de magnitudes delimitadas por el conjunto extendido de muestras signadas: $s_{(1)} \leq \hat{\beta}_{K_1, K_2} \leq s_{(L)}$.

El filtro RWMy tiene la particularidad de contar con dos parámetros sintonizables, K_1 y K_2 , que controlan la capacidad de rechazo del filtro ante diversas clases de ruido. De hecho, cuando $K_1, K_2 \rightarrow \infty$, el filtro RWMy se comporta como una versión normalizada del filtro IIR lineal, observándose un mejor desempeño cuando el ruido que contamina la señal de interés sigue un modelo estadístico gaussiano. A medida que disminuyen los valores de K_1 y K_2 , el filtro RWMy incrementa su robustez ante ruido de naturaleza impulsiva, y cuando $K_1, K_2 \rightarrow 0$, el filtro RWMy se comporta como un filtro de moda muestral recursivo.

A. Filtro Myriad Ponderado Recursivo Escalado

Una restricción del filtro RWMy es su incapacidad para amplificar las magnitudes de las muestras dentro de la ventana de observación, debido a que la salida del filtro está delimitada al intervalo $[s_{(1)}, s_{(L)}]$. Además, la respuesta del filtro depende de las salidas calculadas previamente, situación que puede generar un efecto de agrupamiento (*clustering*) alrededor de las salidas previas, y en consecuencia, inducir una atenuación adicional sobre la imagen filtrada. Con en objeto de superar esta limitación, Ramírez y Paredes proponen en [11] una versión escalada del filtro RWMy denominada *filtro recursivo myriad ponderado escalado* (SRWMy, *scaled recursive weighted myriad*) cuya definición viene dada por:

$$\tilde{\beta}_{K_1, K_2} = \left\{ \sum_{i=-N}^N |g_i| + \sum_{j=1}^N |h_j| \right\} \hat{\beta}_{K_1, K_2}, \quad (12)$$

donde $\hat{\beta}_{K_1, K_2}$ es la salida del filtro RWMy definida en (8). En consecuencia, la amplificación de la salida del filtro SRWMy se realiza simplemente incrementando la magnitud de las ponderaciones. Una vez la salida del filtro es amplificada, se retroalimenta en el operador myriad ponderado recursivo. Bajo una revisión detallada de (12), se puede observar que el término de escalamiento se reduce a la suma de las magnitudes de los coeficientes “desnormalizados” del filtro. Esto hace que la salida del filtro SRWMy dependa de $L + 2$ parámetros, que corresponden a las L ponderaciones del filtro en conjunto con los parámetros de linealidad K_1 y K_2 .

B. Algoritmos Adaptativos

En esta sección, se describen los algoritmos adaptativos de diseño de las estructuras recursivas propuestas basadas en el operador myriad ponderado. Estos algoritmos buscan los mejores coeficientes de modo que un criterio de desempeño sea minimizado. Un criterio ampliamente usado en el diseño de filtros no lineales [19], [20] es el error medio absoluto (*MAE*, *Mean Absolute Error*). En otras palabras, considere un filtro recursivo myriad ponderado, cuyos coeficientes denotados por $\{g_i\}_{i=-N}^N$ y $\{h_j\}_{j=1}^N$ son las ponderaciones de las muestras de la imagen de entrada y los pesos de las salidas previas del filtro, respectivamente. El objetivo principal del algoritmo adaptativo consiste en encontrar los mejores coeficientes del filtro de manera que se minimice el error absoluto entre la imagen filtrada $y[n]$ y una imagen deseada $d[n]$. Por tanto,

bajo el criterio MAE, el objetivo es determinar los parámetros óptimos del filtro, tal que $J(g, h) = E\{|y[n] - d[n]|\}$ sea minimizado, donde $E\{\cdot\}$ denota el operador de esperanza matemática y $y[n]$ es la salida del filtro recursivo basado en el operador myriad ponderado.

Debido a que la minimización directa de la función costo $J(g, h)$ no conduce a una solución cerrada, se recurre al algoritmo de descenso escalonado (*steepest descent*) para determinar los coeficientes de interés. Este enfoque actualiza iterativamente los coeficientes del filtro en un intento por converger al mínimo global de la función costo $J(g, h)$. Fundamentalmente, los pesos del filtro son actualizados de modo iterativo de acuerdo a

$$\begin{aligned} g_i[n+1] &= g_i[n] + \mu \left[-\frac{\partial}{\partial g_i} J(g, h) \right], i = -N, \dots, N, \\ h_j[n+1] &= h_j[n] + \mu \left[-\frac{\partial}{\partial h_j} J(g, h) \right], j = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (13)$$

donde $g_i[n+1]$ y $h_j[n+1]$ son respectivamente, la actualización del peso no recursivo i -ésimo y el coeficiente recursivo j -ésimo, en la iteración $n+1$; μ es el tamaño de paso de la actualización y el gradiente de la función costo esta dado por

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial g_i} J(g, h) &= E \left\{ \text{sgn}(e[n]) \frac{\partial y}{\partial g_i} \right\}, i = -N, \dots, N, \\ \frac{\partial}{\partial h_j} J(g, h) &= E \left\{ \text{sgn}(e[n]) \frac{\partial y}{\partial h_j} \right\}, j = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (14)$$

En aplicaciones prácticas, no se cuenta con la información estadística de la salida del filtro, y por tanto, la esperanza matemática definida en (14) no puede ser evaluada. Esta restricción se resuelve recurriendo a estimaciones instantáneas del gradiente de la función costo, lo cual es una práctica muy común en el diseño de filtros adaptativos [20], [21], [22]. Así, los pesos del filtro son actualizados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} g_i[n+1] &= g_i[n] - \mu \left[\text{sgn}(e[n]) \frac{\partial y}{\partial g_i} [n] \right], i = -N, \dots, N, \\ h_j[n+1] &= h_j[n] - \mu \left[\text{sgn}(e[n]) \frac{\partial y}{\partial h_j} [n] \right], j = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (15)$$

Nótese que la estimación del gradiente requiere el cálculo de las derivadas $(\frac{\partial y}{\partial g_i} [n], \frac{\partial y}{\partial h_j} [n])$, en cada iteración. No obstante, la determinación de tales derivadas es una tarea extremadamente compleja debido a la retroalimentación presente en los filtros recursivos propuestos. Para solventar esta limitación, se sigue un enfoque denominado formulación de la ecuación de error [21], que asume las salidas previas del filtro $\{y[n-j]\}_{j=1}^N$ cercanas a las muestras de la imagen deseada $\{d[n-j]\}_{j=1}^N$. Por tanto, durante la etapa de determinación de los coeficientes, las salidas previas del filtro son reemplazadas por las componentes previas de la imagen deseada, es decir, $y[n-j] = d[n-j]$ para $j = 1, \dots, N$. La Figura 3 ilustra esquemáticamente la estructura de los algoritmos adaptativos bajo el enfoque de la formulación de la ecuación de error. El proceso para la determinación de las derivadas instantáneas

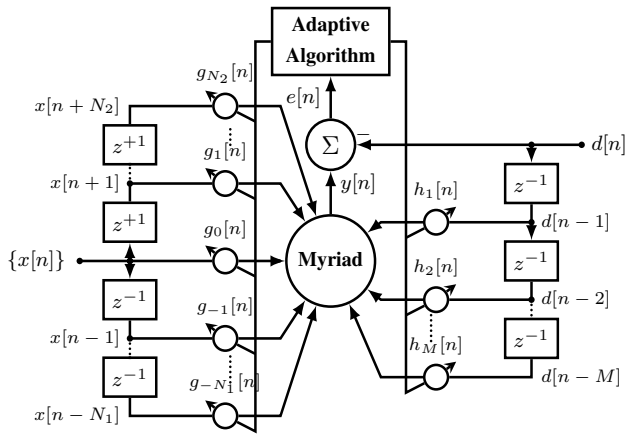


Figura 3. Estructura de los Algoritmos Adaptativos para el Cálculo de las Ponderaciones Óptimas de los Filtros Recursivos Propuestos

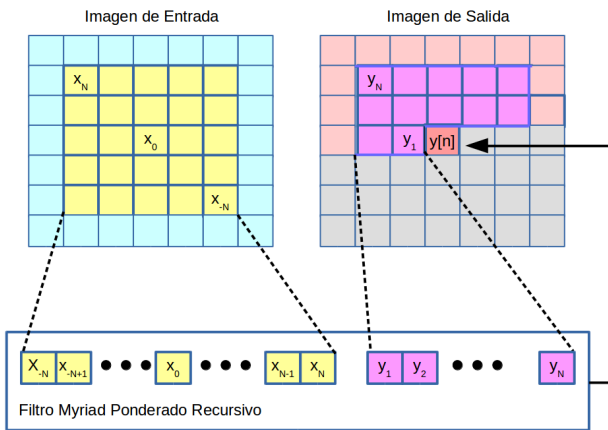


Figura 4. Esquema de Filtrado Recursivo en Imágenes

relacionadas con los filtros previamente descritos (el filtro RWM y el filtro SRWM) bajo el enfoque de la formulación de la ecuación de error, y en consecuencia las expresiones para la actualización iterativa de los parámetros de dichos filtros, se obtienen detalladamente en [11], [12].

C. Filtrado 2D Usando los Filtros Myriad Ponderados Recursivos

En este trabajo se adaptaron las estructuras de filtrado recursivas basadas en el operador myriad ponderado para la implementación de técnicas de filtrado 2D en imágenes médicas de MSCT y MRI. La Figura 4 muestra el esquema para la determinación la respuesta filtrada $y[n]$ usando una ventana deslizante de tamaño 5×5 . Como se puede observar en dicha figura, las muestras de entrada son obtenidas de un bloque de la imagen ruidosa de tamaño 5×5 , cuyo píxel central corresponde a la posición del píxel a determinar en la imagen de salida. Por su parte, las salidas previas son obtenidas de un conjunto de $\lfloor \frac{5}{2} \rfloor$ píxeles determinados previamente, donde $\lfloor u \rfloor$ es el número entero más grande menor a u . En

la Figura 4 se muestra el conjunto de salidas previas cuando la ventana de observación se desliza en dirección de las filas de la imagen. Finalmente, las muestras de entrada y las salidas previas son tomadas por el filtro recursivo myriad ponderado para la determinación de la salida del píxel $y[n]$.

V. RESULTADOS

Esta sección muestra los resultados de la aplicación de los filtros recursivos basados en el operador myriad ponderado en la remoción de ruido dependiente de las amplitudes de los píxeles, contaminación que comúnmente afecta a diversas modalidades de imágenes médicas. Específicamente, se evalúa el rendimiento de estas estructuras de filtrado recursivas en la remoción de ruido Poisson y ruido riciano, modelos de ruido comúnmente relacionados con bases de datos de MSCT y MRI, respectivamente.

A. Filtrado 2D de una Base de Datos Sintética de MSCT

Previo a la aplicación del proceso de filtrado, se determinan los coeficientes de los filtros recursivos con sus respectivos parámetros de linealidad. Para este fin, se implementan los algoritmos adaptativos descritos en la Sección IV-B, usando como imagen deseada $d[n]$ un bloque de 128×128 píxeles perteneciente a un corte axial de una base de datos sintética de MSCT. Específicamente, esta base de datos corresponde a un phantom numérico que consiste en un doble cono concéntrico libre de distorsiones, denominado *ground truth*. Además, los algoritmos adaptativos usan como imagen de entrada $x[n]$ una versión contaminada con ruido Poisson de la imagen deseada. Los parámetros K_1 , K_2 y μ_0 se seleccionan de modo los filtros diseñados que exhiban su mejor rendimiento.

A continuación, se implementa el proceso de filtrado 2D con las estructuras de filtrado recursivas previamente diseñadas sobre las 50 capas o secciones transversales que conforman la base de datos sintética de MSCT, donde cada capa consiste en una imagen de 256×256 píxeles y resolución de 12 bits. Las Figuras 5a y 5b muestran, respectivamente, la imagen sin ruido de una capa de la base de datos (Original), y la imagen de la misma capa contaminada con ruido Poisson (Noisy).

Con propósitos comparativos se implementan otras técnicas de filtrado 2D lineales y no lineales. En concreto, las Figuras 5c y 5d muestran, respectivamente, los resultados de aplicar el filtro de mediana ponderada (WMedian, *weighted median*) y el filtro de promedio ponderado (WMean, *weighted mean*) a la imagen correspondiente, donde los coeficientes de estos filtros se obtuvieron mediante la implementación del algoritmo de diseño desarrollado en [19]. Adicionalmente, la imagen filtrada por la técnica basada en la transformada de estabilización de la varianza (VST, *variance stabilization transform*), así como también la respuesta entregada por la técnica de umbralización dura (HT, *hard thresholding*) se muestran en las Figuras 5e y 5f, respectivamente [7].

Las imágenes resultantes de implementar el proceso de filtrado 2D usando el filtro RWM y el filtro SRWM se muestran en las Figuras 5g y 5h, respectivamente. Observe

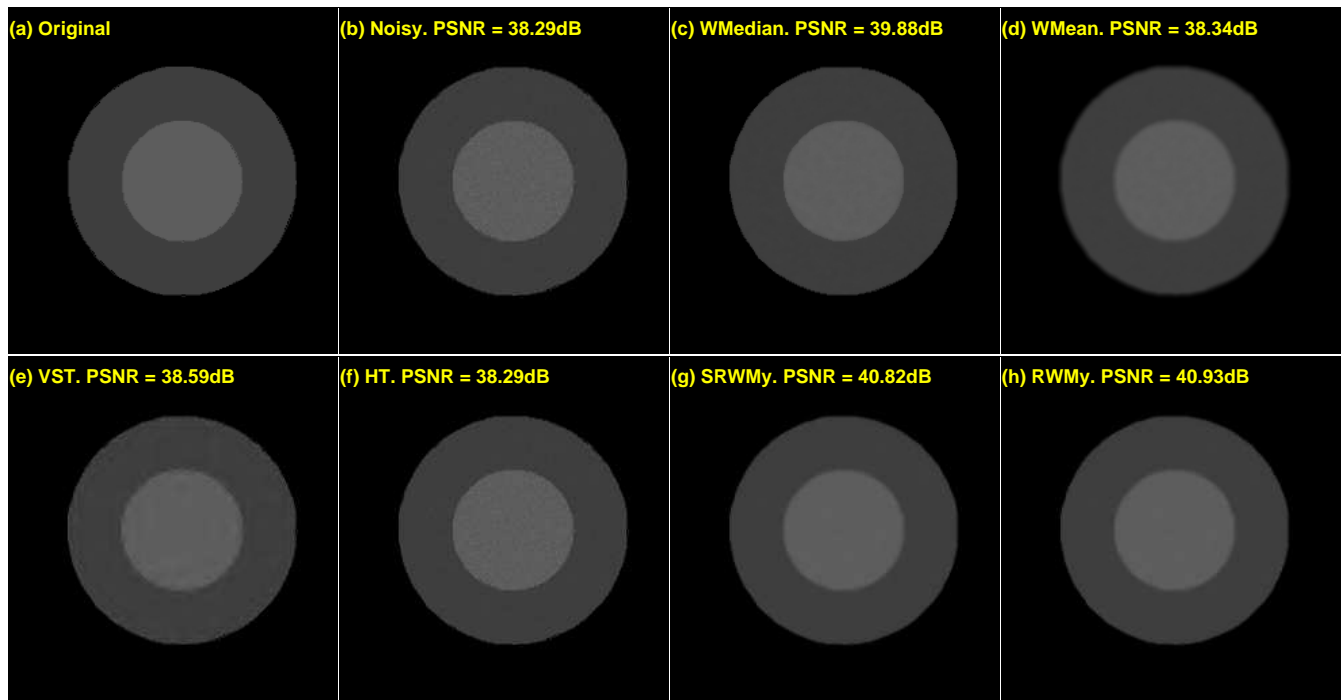


Figura 5. (a) Imagen original y (b) Imagen Contaminada con Ruido Poisson. Imágenes Filtradas con sus Respectivos Valores de PSNR en Decibeles Generados por (c) El Filtro WMedian, (d) El Filtro WMean, (e) La Transformada VST, (f) La Técnica HT, (g) El Filtro SRWMy y (h) El Filtro RWMy

que tanto la imagen contaminada como las imágenes filtradas tienen incorporados los valores de PSNR en decibeles (dB). A partir de una inspección visual de la Figura 5, puede observarse que el filtro WMean induce un efecto de difuminado que degrada el contraste en los bordes de la imagen. Así mismo, puede apreciarse que las imágenes filtradas usando los RWMy y SRWMy mimimizan el efecto del ruido Poisson preservando a su vez el contraste de los bordes de la imagen. Es de hacer notar que los filtros RWMy y SRWMy generan los mejores resultados de PSNR, obteniéndose una ganancia de desempeño de aproximadamente 2 dB con respecto a las otras técnicas de filtrado 2D.

Por su parte, la Tabla I muestra los valores promedio de diversas métricas de calidad de la imagen calculados a partir de la aplicación de las diferentes técnicas de filtrado sobre las 50 capas de la base de datos sintética de MSCT. Específicamente, cada valor de esta tabla se obtiene de aplicar el promedio sobre los resultados generados por las 50 imágenes filtradas. Es importante mencionar que las métricas EME y EMEE se determinan usando un bloque de tamaño 5×5 píxeles y estableciendo el parámetro $\alpha = 0.10$. Cabe destacar que, en la Tabla I, el mejor rendimiento para las distintas métricas se resalta en negrita y subrayado, mientras que el segundo mejor rendimiento se presenta sólo en negrita.

Como puede observarse en la Tabla I, el filtro RWMy ofrece el mejor rendimiento bajo las métricas de calidad de la imagen referenciadas (MSE y PSNR) y toma un segundo lugar en la métrica MAE siendo el filtro de mediana ponderada mejor en esta medida. Adicionalmente, el filtro SRWMy exhibe el segundo mejor desempeño en las métricas implementadas

Tabla I
VALORES PROMEDIO DE DISTINTAS MÉTRICAS DE CALIDAD DE LA IMAGEN OBTENIDOS DEL FILTRADO 2D DE LA BASE DE DATOS DE SINTÉTICA DE MSCT CONTAMINADA CON RUIDO POISSON

FILTRO	MAE	MSE	PSNR[dB]	EME	EMEE
WMean	12.27	2,560.31	38.35	1.42	0.01
WMedian	7.16	1,887.85	39.71	0.43	0.00
VST	11.91	2,537.30	38.43	6.12	0.04
HT	15.56	2,823.14	38.09	4.76	0.03
RWMy	7.92	1,473.10	40.79	112.36	24.88
SRWMy	8.04	1,513.34	40.67	111.43	24.35

exceptuando la métrica MAE, por tanto, las estructuras de filtrado recursivas basadas en el operador myriad ponderado pueden considerarse una alternativa eficiente para la remoción de ruido Poisson. Por otro lado, bajo las métricas EME y EMEE, los filtros RWMy y SRWMy muestran un desempeño ostensiblemente mejor comparado con las otras técnicas de filtrado. Esto indica que los filtros RWMy y SRWMy, a parte de minimizar los efectos del ruido Poisson, generan imágenes con estructuras mucho más uniformes con respecto a las imágenes procesadas por las otras técnicas de filtrado.

B. Filtrado 2D de un Volumen Real de MSCT

Posteriormente, se implementan diversas técnicas de filtrado 2D sobre una base de datos real de MSCT. En particular, la base de datos consta de 261 capas que contienen información 3D de la anatomía del corazón en un instante específico del ciclo cardiaco, donde cada sección transversal consiste en una imagen de 512×512 píxeles y resolución de 12 bits. Además, se utilizan los filtros diseñados con la base de datos sintética

Tabla II
MEDIDAS DE CALIDAD DE LAS IMÁGENES OBTENIDAS DEL FILTRADO 2D
SOBRE A LA BASE DE DATOS REAL DE MSCT

FILTRO	EME	EMEE
WMean	1.40 ± 0.09	0.01 ± 0.00
WMedian	0.83 ± 0.10	0.00 ± 0.00
VST	2.89 ± 0.14	0.02 ± 0.00
HT	2.39 ± 0.11	0.02 ± 0.00
RWMy	66.37 ± 0.08	76.73 ± 0.78
SRWMy	65.99 ± 0.08	74.03 ± 0.74

debido a que las proyecciones reales no cuentan con imágenes de referencia para la fase de entrenamiento.

Las técnicas de filtrado 2D se aplican sobre las secciones transversales de la base de datos real usando una ventana de observación de tamaño 5×5 píxeles. La Figura 6a muestra una capa de la base de datos real con su respectivo valor de EME. Por su parte, las Figuras 6b-g corresponden con las imágenes filtradas —con sus respectivos valores de la métrica EME— usando el filtro WMedian, el filtro WMean, la transformada VST, la técnica HT, el filtro SRWMy y el filtro RWMy. Observe que los filtros RWMy y SRWMy generan valores mucho mayores de la métrica EME con respecto a los valores entregados por las otras técnicas de filtrado, indicando que, bajo la perspectiva de estas métricas ciegas, los filtros recursivos basados en el operador myriad ponderado ofrecen imágenes con estructuras más uniformes con contrastes realzados.

Adicionalmente, con el objeto de evaluar cuantitativamente el rendimiento de los filtros, la Tabla II presenta los valores promedio (con sus respectivos valores de desviación estándar) de las métricas EME y EMEE. En particular, cada valor de esta tabla se obtiene de aplicar el promedio (o la desviación estándar) sobre los resultados generados por las 261 imágenes filtradas. Como puede observarse en la Tabla II, los valores más altos de las métricas EME y EMEE se obtienen con los filtros RWMy y SRWMy, los cuales se diferencian de manera significativa con respecto a los valores producidos por las técnicas de filtrado restantes. En consecuencia, los filtros RWMy y SRWMy exhiben un desempeño superior bajo estas métricas ciegas, que valoran tanto la uniformidad de las estructuras como el realce del contraste.

C. Filtrado 2D de una Base de Datos Sintética de MRI

Por otra parte, se ejecuta el proceso de entrenamiento de los filtros myriad ponderados recursivos para la remoción de ruido riciano. En particular, se determinan los parámetros de los filtros implementando los algoritmos adaptativos descritos en IV-B, donde la imagen deseada $d[n]$ se obtiene de un bloque de tamaño 91×91 perteneciente a la sección transversal de una base de datos de sintética de MRI disponible en [23]. Así mismo, la imagen de entrada del algoritmo adaptativo se toma la misma región de la imagen deseada pero en su versión contaminada con ruido riciano. Además, los valores de los parámetros de linealidad K_1 y K_2 y del tamaño de paso μ_0 se establecen de la misma forma a la realizada en el diseño de los filtros para la remoción de ruido Poisson en imágenes de MSCT.

Los filtros entrenados se implementan para el filtrado 2D de la base de datos real de MRI. Específicamente, se aplica el proceso de filtrado 2D sobre las 181 capas que pertenecen a la base de datos, donde cada capa consiste en una imagen de 181×217 píxeles y resolución de 12 bits. Es importante mencionar que tanto el entrenamiento como el proceso de filtrado 2D se implementaron usando las bases de datos contaminadas con distintos niveles de ruido riciano (3 %, 5 %, 7 % y 9 %) con ventanas de observación de tamaño 3×3 y 5×5 píxeles.

En la Figura 7a, se visualiza la imagen sin ruido de una sección transversal de la base de datos sintética de MRI, donde la Figura 7b incluye una versión contaminada con ruido riciano de 3 % de la misma sección transversal. Las respuestas del filtrado 2D con ventanas deslizantes de 3×3 píxeles usando el filtro WMedian, el filtro WMean, el filtro RWMy y el filtro SRWMy se muestran en las Figuras 7c-f, respectivamente. Nuevamente, los coeficientes de los filtros WMedian y WMean se obtuvieron mediante la implementación del algoritmo de entrenamiento reportado en [19]. Nótese que la imagen con mayor valor PSNR corresponde a la generada por el filtro SRWMy con una ganancia de rendimiento de más de 5 dB, donde, bajo una inspección visual de los resultados generados por este filtro, se observa la conservación de los bordes y la mejora en la definición de las estructuras que conforman la imagen. Además, el rendimiento superior del filtro SRWMy con respecto al filtro RWMy se atribuye principalmente a que la versión escalada amplifica su salida para ajustarse al rango dinámico de píxeles de la imagen.

Como se mencionó anteriormente, tanto la etapa de entrenamiento como el proceso de filtrado 2D se aplicó sobre bases de datos de MRI contaminadas a distintos niveles de ruido riciano. Específicamente, se usaron las bases de datos contaminadas a 3 %, 5 %, 7 % y 9 %. La Figura 8 muestra, respectivamente, los valores promedio de (a) MSE, (b) MAE, (c) PSNR y (d) EME, entregados por distintas técnicas de filtrado 2D a diferentes niveles de ruido riciano usando ventanas deslizantes de tamaño 3×3 . Más precisamente, las técnicas de filtrado consideradas en esta evaluación son el filtro WMedian, el filtro WMean, el filtro RWMy y el filtro SRWMy. Además, cada punto de las curvas se obtiene de aplicar el promedio a los resultados generados por las 181 imágenes filtradas usando la base de datos contaminada al nivel de ruido riciano correspondiente.

Como puede observarse en la Figura 8, la versión escalada del filtro myriad ponderado recursivo exhibe un rendimiento notablemente superior comparado con el desempeño mostrado por los otros filtros bajo estudio en el contexto de las métricas de calidad de la imagen con referencia (el MSE, el MAE y el PSNR[dB]), donde, bajo la métrica PSNR, el filtro SRWMy exhibe una ganancia de aproximadamente 4 dB con respecto a los otros filtros 2D para el intervalo mostrado de niveles de ruido riciano. Por consiguiente, el filtro SRWMy tiene un comportamiento notablemente superior en la remoción de ruido riciano con respecto a las otras técnicas de filtrado 2D bajo estudio, minimizando el efecto de la contaminación

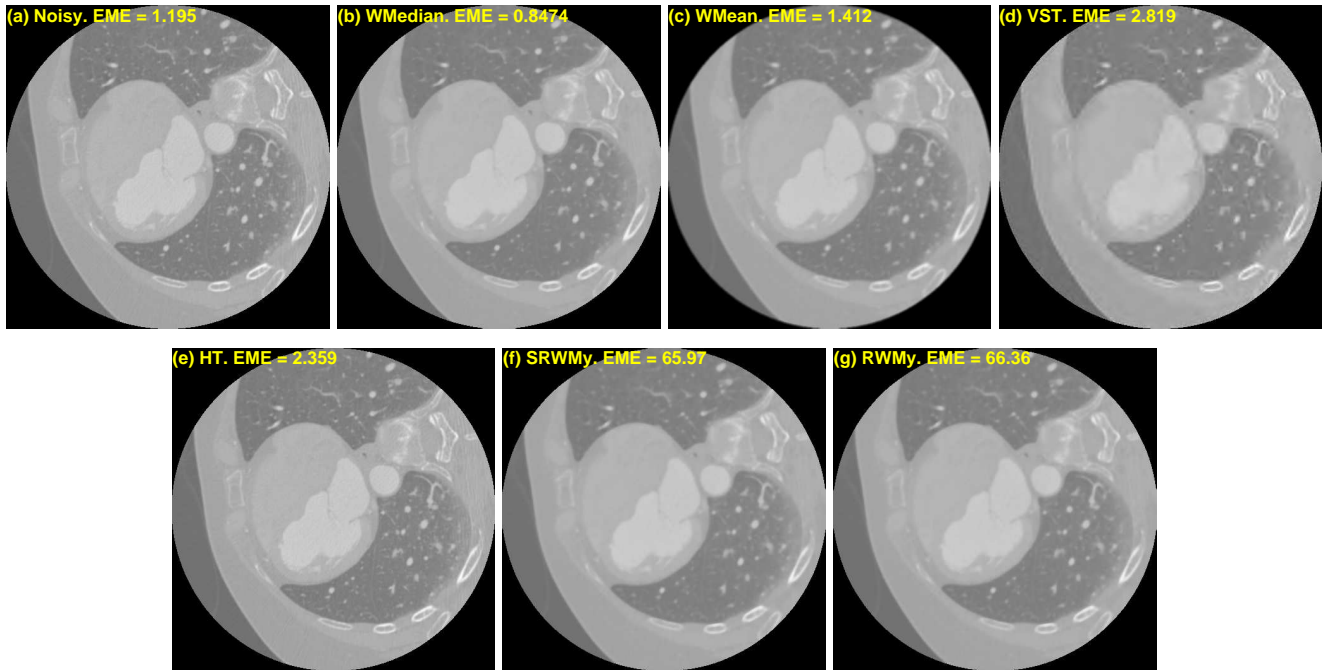


Figura 6. (a) Imagen Original de la Base de Datos Real de MSCT con su Respectivo Valor de EME. Imágenes Filtradas con su Respectivo Valor de EME usando (b) El Filtro WMedian, (c) El Filtro WMean, (d) La Transformada VST, (e) La Técnica HT, (f) El Filtro SRWMy y (g) El Filtro RWMy

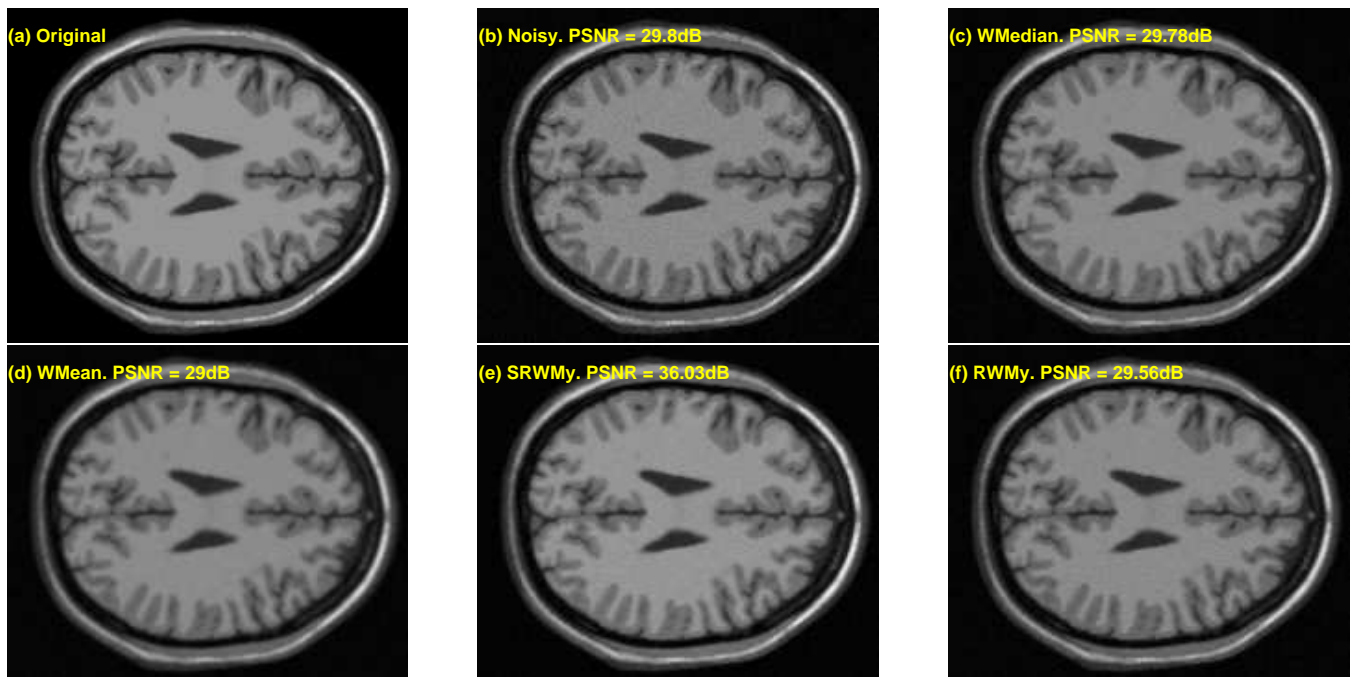


Figura 7. (a) Imagen Original y (b) Imagen Contaminada con Ruido Ricciano de 3%. Imágenes Filtradas con su Respectivo Valor de PSNR en Decibeles Utilizando una Ventana de Observación 3×3 , Generadas por (c) El Filtro de Mediana Ponderada, (d) El Filtro de Promedio Ponderado, (e) El Filtro Myriad Ponderado Recursivo y (f) El Filtro Myriad Ponderado Recursivo

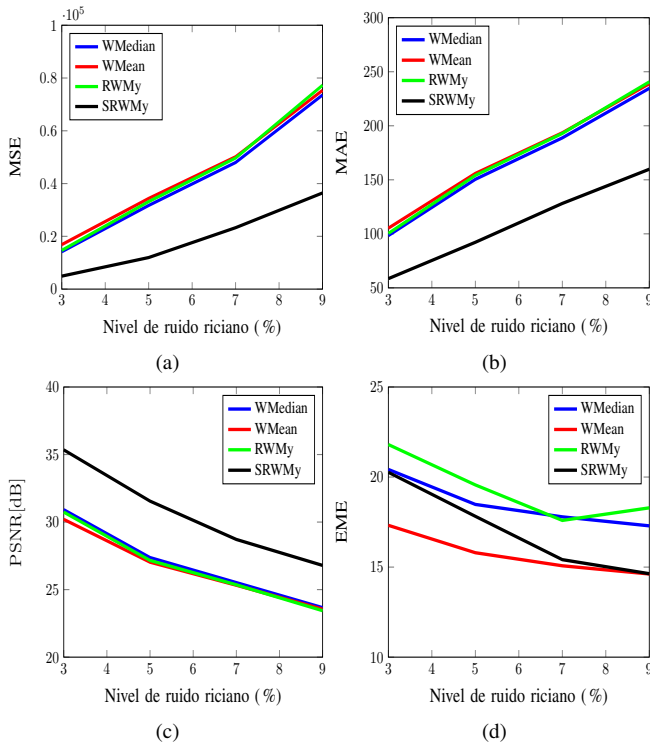


Figura 8. Valores Promedio de (a) MSE, (b) MAE, (c) PSNR y (d) EME, Generados por las Diversas Técnicas de Filtrado 2D a Diferentes Niveles de Ruido Riciano Usando Ventanas Deslizantes de 3×3

y ajustando su salida al rango dinámico de magnitudes de los píxeles de la imagen sin ruido. Por su parte, la versión normalizada del filtro myriad ponderado recursivo tiene un rendimiento competitivo con respecto a las otras técnicas de filtrado 2D. Este comportamiento se atribuye principalmente al hecho que este filtro no tiene la capacidad de amplificar su salida para ajustarse al rango de magnitudes de los píxeles de la imagen original.

Por otro lado, en el marco de la métrica EME, la Figura 8 muestra un rendimiento ligeramente superior del filtro RWMY para casi todo el intervalo de niveles de ruido bajo estudio. Esto último indica que la versión normalizada del filtro myriad ponderado recursivo minimiza efectivamente el efecto del ruido riciano, entregando estructuras con mayor uniformidad y mayor contraste. A diferencia de los resultados obtenidos con la base de datos real de MSCT, los valores de EME generados por los filtros RWMY y SRWMY no muestran una ganancia significativa con respecto a las otras técnicas de filtrado 2D debido a que las estructuras de las imágenes usadas de resonancia magnéticas no presentan regiones tan regulares como las exhibidas por las imágenes cardiacas de MSCT.

VI. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se implementan técnicas de filtrado 2D basadas en los filtros myriad ponderados recursivos. En particular, se implementan estas técnicas de filtrado no lineal para la remoción de ruido dependiente de las amplitudes de los

píxeles, comúnmente presente en imágenes médicas de MSCT y MRI. Inicialmente, los filtros myriad ponderados recursivos se diseñaron a partir de la implementación de los algoritmos de optimización adaptativos correspondientes, donde la señal contaminada de ruido Poisson y la señal deseada se obtienen de una sección transversal de una base de datos sintética de MSCT. Además, las estructuras recursivas diseñadas se utilizaron en el filtrado 2D de todas las capas de la base de datos sintética de MSCT. Bajo diferentes métricas de calidad de la imagen, los filtros RWMY y SRWMY ofrecen los mejores rendimientos comparados con aquellos entregados por otras técnicas de filtrado 2D.

A continuación, los filtros entrenados con la base de datos sintética de MSCT se aplicaron para el filtrado 2D de una base de datos real de MSCT. Dado que no se dispone de una imagen de referencia, las imágenes filtradas se evaluaron bajo los operadores EME y EMEE, los cuales pertenecen a la categoría de métricas de calidad de la imagen sin referencia, donde el desempeño de los filtros RWMY y SRWMY superan notablemente el rendimiento de otras técnicas de filtrado 2D. En particular, se observa que los filtros myriad ponderados recursivos ofrecen su mejor rendimiento sobre imágenes con regiones regulares y uniformes, tales como las exhibidas por las imágenes cardiacas de MSCT.

Finalmente, los filtros RWMY y SRWMY se implementaron para la remoción de distintos niveles de ruido riciano que afecta a las imágenes de MRI. Más precisamente, para cada nivel de ruido riciano, se diseñaron los filtros myriad ponderados recursivos usando una sección transversal de una base de datos simulada de MRI. Adicionalmente, para cada nivel de ruido riciano, los filtros entrenados se implementaron en el filtrado 2D de todas las capas de la base de datos simulada de MRI, donde el filtro SRWMY mostró un rendimiento superior con respecto a las otras técnicas de filtrado bajo las métricas de calidad de la imagen con referencia (MSE, MAE y PSNR). Esto indica que el filtro SRWMY ofrece mayor eficiencia en la minimización de los efectos del ruido riciano, generando una imagen más cercana a la imagen original sin ruido.

REFERENCIAS

- [1] L. W. Goldman, "Principles of CT: Multislice CT," *Journal of nuclear medicine technology*, vol. 36, no. 2, pp. 57–68, 2008.
- [2] A. Bravo, J. Clemente, M. A. Vera, J. Avila, and R. Medina, "A Hybrid Boundary-Region Left Ventricle Segmentation in Computed Tomography," in *VISAPP (2)*, 2010, pp. 107–114.
- [3] E. Velázquez, A. Bravo, and M. Vera, "Segmentación del Ventrículo Izquierdo en Imágenes Cardíacas Usando Técnicas No Paramétricas," in *Memorias del V Congreso Venezolano de Bioingeniería*, 2015, pp. 98–101.
- [4] P. Suetens, *Fundamentals of Medical Imaging*. Cambridge University Press, 2009.
- [5] B. M. Dale, M. A. Brown, and R. C. Semelka, *MRI: Basic Principles and Applications*. John Wiley & Sons, 2015.
- [6] P. Gravel, G. Beaudoin, and J. A. D. Guise, "A Method for Modeling Noise in Medical Images," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 23, no. 10, pp. 1221–1232, October 2004.
- [7] A. N. P. Raj and T. Venkateswarlu, "Denoising of Poisson and Rician Noise from Medical Images using Variance Stabilization and Multiscale Transforms," *Computer Applications*, vol. 57, no. 21, pp. 24–31, November 2012.

- [8] I. Rodrigues, J. Sanches, and J. Bioucas-Dias, "Denoising of Medical Images Corrupted by Poisson Noise," in *15th IEEE International Conference on Image Processing, 2008. ICIP 2008*, 2008, pp. 1756–1759.
- [9] M. Makitalo and A. Foi, "Optimal Inversion of the Generalized Anscombe Transformation for Poisson-Gaussian Noise," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 1, pp. 91–103, January 2013.
- [10] V. P. Raj and T. Venkateswarlu, "Denoising of Magnetic Resonance and X-ray Images using Variance Stabilization and Patch Based Algorithms," *The International Journal of Multimedia & Its Applications*, vol. 4, no. 6, pp. 53–71, 2012.
- [11] J. M. Ramirez and J. L. Paredes, "Recursive Weighted Myriad Based Filters and their Optimizations," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 64, no. 15, pp. 4027–4039, August 2016.
- [12] J. M. Ramírez, "Técnicas Robustas de Tratamiento de Señales Basadas en Métodos de Estimación Estadística," Ph.D. dissertation, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 2016.
- [13] N. Wiest-Daesslé, S. Prima, P. Coupé, S. Morrissey, and C. Barillot, "Rician Noise Removal by Non-local Means Filtering for Low Signal-to-Noise Ratio MRI: Applications to DT-MRI," *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI 2008*, pp. 171–179, 2008.
- [14] S. K. Nisha, "Image Quality Assessment Techniques," *Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*, vol. 3, no. 7, pp. 636–640, July 2013.
- [15] R. G. Jaya V. L., "IEM: A New Image Enhancement Metric for Contrast and Sharpness Measurements," *Computer Applications*, vol. 79, no. 9, pp. 1 – 8, October 2013.
- [16] P. Prajapati, Z. Narmawala, N. P. Darji, S. M. Moorthi, and R. Ramakrishnan, "Evaluation of Perceptual Contrast and Sharpness Measures for Meteorological Satellite Images," *Procedia Computer Science*, vol. 57, pp. 17 – 24, 2015, 3rd International Conference on Recent Trends in Computing 2015 (ICRTC-2015).
- [17] S. S. Agaian, K. Panetta, and A. M. Grigoryan, "A New Measure of Image Enhancement," in *IASTED International Conference on Signal Processing & Communication*, 2000, pp. 19–22.
- [18] S. Gupta and R. Porwal, "Appropriate Contrast Enhancement Measures for Brain and Breast Cancer Images," *Biomedical Imaging*, vol. 2016, p. 8, March 2016.
- [19] G. R. Arce, "A General Weighted Median Filter Structure Admitting Negative Weights," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 12, pp. 3195–3205, December 1998.
- [20] G. R. Arce and J. L. Paredes, "Recursive Weighted Median Filters Admitting Negative Weights and their Optimization," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 3, pp. 768–779, March 2000.
- [21] J. J. Shynk, "Adaptive IIR Filtering," *IEEE ASSP Magazine*, vol. 6, no. 2, pp. 4–21, April 1989.
- [22] S. Kalluri and G. R. Arce, "Robust Frequency-Selective Filtering using Weighted Myriad Filters Admitting Real-Valued Weights," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 11, pp. 2721–2733, November 2001.
- [23] "Brainweb: Simulated Brain Database." <http://www.bic.mni.mcgill.ca>